«Клаузен текті біртекті емес жүйе шешімдерінің бар болуын зерттеу» атты Жанар Картбаевна Убаеваның философия докторы (PhD) дәрежесін алуға арналған 6D060100-Математика мамандығы бойынша диссертациясына

ПІКІР

XIX ғасырда дифференциалдық теңдеулерді квадратураға келтіру мәселесі тұйыққа тірелген кезде Фукс комплекс айнымалы сызықты екінші ретті дифференциалдық теңдеулердің ерекше нүктелер маңайындағы шешімдері жайлы, қазіргі аналитикалық теорияның негізін ұсынған. Оған дейін, алдымен Эйлер, сосын Гаусс, шешімі $F(\alpha,\beta,\gamma,x)$ гипергеометриялық қатарымен анықталатын сызықты дифференциалдық теңдеуді зерттеуі жарық көрген болатын. Фробениус коэффицентенттері рекурренттік формулалар мен дәрежелік қатар түрінде анықталатын Фукс текті теңдеулердің шешімдердің ерекше нүктелер маңайындағы түрлерін зерттеумен айналысқан. Одан әрі Пуанкаре шешімдері $x=\infty$ нүктесі маңайында $x^r\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{-k}$ түрінде болатын, $e^{Q(x)}x^r\sum_{k=0}^{\infty} A_k x^{-k}$ түрінде болатын $n-$ші ретті көпмүшелік коэффициентті сызықты теңдеулерді зерттеген. Осылайша $p-$ретті қалыпты (нормалдық) қатар ұғымы дүниеге келген. Кейін $q-$ретті логарифмдік қалыпты қатары пайда болып, қалыпты қатар жинақсыз болған жағдайда, қалыптытүрлі (поднормаль) қатарлар ұғымы енгізілген. К.Л. Латышева қалыпты шешімдерінің болатындығының шарттарын анықтаған. Пуанкаре ранг ұғымын, Латышева антиранг ұғымдарын енгізген, осы ұғымдар негізінде регуляр және қалыпты-регуляр шешімдер зерттелген.

Көп айнымалы дербес туындылы теңдеулердің аналитикалық шешімдері жайында сөз қозғасақ П.Аппель гипергеометриялық екі айнымалы $F_1=F_1(\alpha,\beta',\gamma;x,y)$, $F_2=F_2(\alpha,\beta,\beta',\gamma,\gamma';x,y)$, $F_3=F_3(\alpha,\alpha',\beta,\beta',\gamma;x,y)$ және $F_4=F_4(\alpha,\beta,\gamma,\gamma';x,y)$ функцияларын енгізген. Осы функциялардан туындалған $\Psi_2(\alpha,\gamma,\gamma';x,y)-$Гумберт қатары алынған. Бұл функциялардың дербес туындылы теңдеулерден шешімдері болатынын естен шығармауымыз керек.

Одан әрі, осы классикалық гипергеометриялық функцияларды туындату тәсілдерін жалпылау арқылы бір немесе көп айнымалы гипергеометриялық функциялар және оларды анықтайтын жай немесе дербес туындылы дифференциалдық теңдеулерді зерттеу кең өріс алған.

Шешімдері екі айнымалы гипергеометриялық функциялар болатын дербес туындылы теңдеулер жүйелерін туындататын бір тәсіл: айнымалылардың біреуі тұрақты болған жағдайда шешімі бір айнымалы гипергеометриялық функциялар болатын дифференциалдық теңдеулерге айналатын сызықты теңдеулер жүйесі болып табылады. Осындай қағидамен Эйлер текті теңдеулер жүйесі, Вильчинскийдің екі айнымалы дифференциалдық теңдеулер жүйесі, Айнстың осындай текті теңдеулер жүйесі, тағы басқа теңдеулер көптеген зерттеулерге негіз болған.

Коэффициенттері $P^{(i)}$, $Q^{(i)}$ көпмүшелік немесе аналитикалық болып келетін

$$\begin{cases} P^{(0)}\dfrac{\partial^2 Z}{\partial x^2}+P^{(1)}\dfrac{\partial^2 Z}{\partial x\partial y}+P^{(2)}\dfrac{\partial Z}{\partial x}+P^{(3)}\dfrac{\partial Z}{\partial y}+P^{(4)}Z=0 \\ Q^{(0)}\dfrac{\partial^2 Z}{\partial y^2}+Q^{(1)}\dfrac{\partial^2 Z}{\partial x\partial y}+Q^{(2)}\dfrac{\partial Z}{\partial y}+Q^{(3)}\dfrac{\partial Z}{\partial x}+Q^{(4)}Z=0 \end{cases} \tag{A}$$

жүйелері де осындай қағидамен құрылған.

(А) жүйесінің қалыпты және қалыпты-регуляр шешімдерін Фробениус-Латышева әдісімен зерттеу Н.И. Терещенко мен Ж.Н. Тасмамбетов еңбектерімен басталған. Бұл жүйенің біртектес емес жағдайы өте сирек кездесетін зерттеулер қатарына жатады. Егер (А) жүйесінің оң жағы нөлден өзгеше, көпмүшелік немесе аналитикалық функциялар болса, онда жүйенің дербес шешімдерін анықтау жайлы қосымша мәселе туындайды. Мұндай мәселе электродинамикада, радиотехникалық құбылыстарды зерттеуде пайда болған. Осындай өзекті мәселе негізінде жатқан, $h, r_{j,k}, t_{j,k}, \alpha_{j,k}\ \beta_{j,k}\quad (0\le k\le\omega,\quad 0\le j+k\le\omega+1)$ параметрлі

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{j+k=0}^{j+k=\omega+1}\left(r_{j,k}-\alpha_{j,k}x^h\right)x^j y^k\,\frac{\partial^{i+k}Z}{\partial x^j\partial y^k}=f_1(x,y) \\ \displaystyle\sum_{j+k=0}^{j+k=\omega+1}\left(t_{j,k}-\beta_{j,k}y^h\right)x^k y^j\,\frac{\partial^{i+k}Z}{\partial x^k\partial y^j}=f_2(x,y) \end{cases} \tag{1}$$

$B=\omega+1$ ретті теңдеулер жүйесінің дербес түрлерінің қалыпты немесе қалыпты-регуляр шешімдерін (А) жүйесіне жалпыланған Фробениус-Латышева әдісімен зерттеу мәселесі осы диссертацияның алдына қойылған мәселесі болып табылады. Әрине, бұл мәселе жалпы түрде шешілуі мүмкін емес, оның туындалған жеке түрлерін анықтап, көрсетілген негізгі тәсілді басқа әдістермен ұштастырып зерттеуге тура келеді. Оның ішінде (1) жүйеден шекке көшу тәсілімен алынатын Клаузен текті гипергеометриялық теңдеулер жүйелері Фробениус-Латышева әдісімен зерттеуге ыңғайлы түрлері болып табылады. Осындай оймен диссертант ізденістерін Клаузен текті гипергеометриялық сызықты теңдеулерді зерттеу мәселесіне ойыстырғанды жөн көрдік. Осыған орай, диссертацияның 1-бөлімінде бір айнымалы Клаузен текті гипергеометриялық теңдеулер үшін қойылған мәселелерді зерттесе, 2-бөлімінде екі айнымалы Клаузен текті гипергеометриялық сызықты дербес туындылы теңдеулер жүйелерінің регуляр және қалыпты-регуляр шешімдерін әртүрлі ерекше нүктелер мен қисықтар маңайында зерттеуге, яғни көп айнымалы жағдайға көшуге негіз боларлық, іргелі нәтижелерді қалыптастыруға арналған. Осы жерде Клаузендік теңдеулер Кампе де Ферье әдісі тәсілдері мен Фробениус-Латышева әдістері үйлесімділік тауып, жаңалықты нәтижелер өнімді алынғаны аңғарылады.

Келесі 3-бөлімде Кампе де Ферье, Клаузендік және Фробениус-Латышева әдістер үндестігі көп айнымалы Аппель-Гумберт негізді Лауричеллалық жүйелерді зерттеудің Художников әдістерімен ұштастырылады. Сөйтіп, Фробениус-Латышева әдісі көп айнымалы гипергеометриялық теңдеулер жүйелеріне қолданылып, жаңа нәтижелер алуға мүмкіндік бергені көрінеді.

Диссертациялық зерттеуде көп айнымалы сызықты дербес туындылы гипергеометриялық теңдеулер жүйелерінің регуляр және қалыпты-регуляр шешімдерінің барының және оларды тұрғызу мәселерінде түрлі жүйелер үшін Фробениус-Латышева әдісін қолданған. Жұмыс көлемді де, ауқымды да, алуан түрлі жүйелер мәселелерін қамтыған. Олардың басын Фробениус-Латышева әдісі қосып, зерттеудің басқұры сыңайлы болған.

Алынған нәтижелер ішінен шешімдері бір айнымалы Клаузеннің гипергеометриялық ${}_3F_2(a_1,a_2,a_3;b_1,b_2;x)$ қатары арқылы өрнектелетін (1.18) біртекті емес екінші ретті теңдеуге байланысты нәтижені 1-бөлімнен атап өткім келеді.

Жұмыстың 2-бөлімінде біртектес емес екі айнымалы Клаузеннің гипергеометриялық қатарларымен тығыз байланысты бірнеше жүйелердің ерекше қисықтар маңайындағы регуляр және қалыпты-регуляр шешімдерінің бары мен құрылуы туралы жаңа нәтижелі зерттеулерін атауға болады. Солардың бірі біртекті емес (2.61) жүйенің дербес шешімінің түрі анықталып, жалпы шешімінің құрлысының берілуі көңілге қанағаттанарлық сезім туғызады.

Сол сияқты, (2.73) жүйенің $(0,0)$ ерекше нүктесі маңайында тоғыз сызықты тәуелсіз шешімінің бары және оның бірі Клаузеннің гипергеометриялық қатарымен өрнектелетіндігі жаңалықты жетістік болып табылады.

Бұл зерттеу әдісі (2.80) біртектес емес жүйенің бос мүшесі (2.81) өрнекпен анықталған кездегі регуляр және қалыпты-регуляр шешімдерін зерттеуге ұласып тың нәтиже алынған.

Диссертацияның 3-бөлімі Аппель-Лауричелла-Гумберт-Художников зерттеулерін Фробениус-Латышева тәсілімен дамытуға, n айнымалы n теңдеулі жүйелерге ортаңғы бөлімдегі екі айнымалы жүйелер әдістерін жалпылауға арналған. Мұны Аппель-Лауричелла теңдеулерінен туындалған Гумберттік (3.9) жүйенің бос мүшесі (3.26) өрнекпен анықталған біртектес емес жүйелерін зерттеу әдістерінен байқауға болады. Одан әрі n айнымалы (3.39) жүйенің $(0,0,...,0)$ регуляр нүктесі маңайында сызықты тәуелсіз 2^n шешімі бар екені анықталып, оның бірі Гумберт-Художников функциясымен өрнектелетіндігі көрсетілген тұжырым жаңа нәтиже болып табылады.

Аталған нәтижелер диссертация жетістіктерінің кейбіреулері ғана болып есептелінеді.

Осындай пікірлер негізінде Убаева Жанар Картбаевна алдына қойылған мәселелерді толық шешіп, зерттеу мақсатына жетті деп толық айтуға болады. Диссертация оған қойылған талаптарға мазмұны жағынан да, әспеттелуі жағынан да сай орындалған, ал оның авторы Ж.К. Убаеваға философия докторы (PhD) дәрежесін беруге лайық демекпін.

Ғылыми кеңесші

физика-математика ғылымдарының докторы,
Қ.Жұбанов атындағы АӨУ профессоры **Сартабанов Ж.А.**

«Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті»
коммерциялық емес акционерлік қоғамы
ҚОЛЫН РАСТАЙМЫН
Кадр бөлімінің бастығы
« 13 » 11 2023 ж.