

МУҚАШ МЕЙРАМБЕК ӘМІРЖАНҰЛЫ

ИМПУЛЬС ӘСЕРЛІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУ ҮШІН ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ ШЕШІМІНІҢ ТАЛДАУЫ ЖӘНЕ САПАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ

8D05401 – Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның

АННОТАЦИЯСЫ

Диссертациялық жұмыстың жалпы сипаттамасы. Диссертациялық жұмыс уақыттың бекітілген және бекітілмеген мезетіндегі импульс әсерлі жәй дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептің шешілімділігі мәселелері мен сапалық қасиеттерін зерттеуге арналған.

Зерттеудің өзектілігі жаратылыстану есептерін шешуде импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулердің көптеген қолданыстарына, сонымен қатар, импульстік дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептердің шешімділігін тиімді анықтауға және олардың шешімдерін табуға мүмкіндік беретін жаңа конструктивті әдістерді дамыту қажеттілігіне байланысты.

Импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер эволюция процесінде қысқа мерзімді күштердің әсеріне ұшырайтын көптеген объектілердің математикалық модельдері ретінде қызмет етеді, мысалы, сызықты емес механикада, автоматты басқаруда, тербелістер теориясы мен динамикалық жүйелерде және т.б. Импульс әсерлерінің болуы, тіпті қарапайым дифференциалдық теңдеулер жағдайында да мұндай жүйелердің траекторияларының әрекетін айтарлықтай қиындатуы мүмкін екендігін көптеген мысалдар көрсетіп берді. Әртүрлі типтегі импульстік жүйелер Н.Н. Боголюбов, Н.М. Крылов, Е.А. Барбашин, А. Халанай, Д. Векслер, А.Д. Мышкис, А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк, D.D. Bainov және басқалардың классикалық жұмыстарында қарастырылған. Кейіннен көптеген авторлардың зерттеулері импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер шешімдерінің орнықтылығын зерттеуге, импульстік жүйелердің периодты және периодты дерлік шешімдерінің теориясын дамытуға, инвариантты жиындарды зерттеуге, Крылов-Боголюбов-Митропольский кіші параметрлі әдісімен асимптотикалық жіктеулерді құруға, орталау әдісіне, оңтайлы басқару теориясының мәселелеріне және кездейсоқ құбылулармен импульстік жүйелерді зерттеуге арналды.

Мінсіздендірілген математикалық модельдерге негізделген нақты процестерді зерттеу көбінесе кіші параметрлері бар дифференциалдық теңдеулерге келтіріледі. Оларды зерттеу үшін әртүрлі асимптотикалық әдістер кеңінен қолданылады. Нақты асимптотикалық әдісті таңдау объектінің динамикасын сипаттайтын дифференциалдық теңдеу құрылымына байланысты болады. Соңғы уақытта орталау әдістері сызықтық емес механикада және тербеліс теориясында кеңінен дамыды.

Жәй дифференциалдық теңдеулер үшін орталау әдісінің математикалық негіздемесі Н.М.Крылов пен Н.Н.Боголюбовтың іргелі жұмыстарынан бастау алып, Е.А. Гребеников, Ю.А. Митропольский, Н.Н. Моисеев, Н.А. Перестюк, В.А. Плотников, А.М. Самойленко, А.Н. Филатов еңбектерінде дамытылды.

Импульсті дифференциалдық теңдеулерді асимптотикалық интегралдау үшін орталау әдісін жалпылау келесі себептерге байланысты үлкен теориялық және практикалық маңызға ие: импульстік жүйелердің құрылымы күрделі болғандықтан сапалы зерттеулер үлкен қиындықтар тудырады, ал осы жүйеге сәйкес орталанған жүйе импульссіз болады; орталанған жүйенің шешімі асимптотикалық үлкен уақыт интервалында кез келген алдын ала анықталған дәлдікпен бастапқы жүйенің шешіміне жуықтайды.

Диссертациялық жұмыста импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы және шеттік есептер зерттелді. Импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер уақыттың бекітілмеген мезетінде кіші параметрмен теңдеудің оң жағы сызықты емес жағдайында және импульс шартымен, сонымен қатар сызықты емес шеттік шарттар жағдайында зерттелді.

Зерттеудің елеулі тұсы импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер үшін қарастырылатын шеттік есептердің сызықты еместігі және теңдеудің оң жағы мен импульс шарттарының кіші параметрге тәуелділігі болып табылады.

Қарастырылған шеттік есептерді шешуге негізінен орталау және параметрлеу әдісі қолданылды.

Д.С. Джумабаев импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулері үшін шеттік есептерді зерттеуге және шешуге параметрлеу әдісіне негізделген жаңа тәсілді ұсынды.

Жұмыстың мақсаты: Импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерді шешуде орталау және параметрлеу әдістерін қолдану және есепті шешудің тиімді алгоритмдерін құру.

Зерттеу міндеттері:

- a) импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулері жүйесінің шешімінің бастапқы шарттардан үзіліссіз тәуелділігін анықтау;
- b) импульсті жүйенің вариациялау теңдеуін орталау әдісімен шешу;
- c) бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульсті дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есебі шешілімділік шарттарын орташалау әдісі арқылы орнату;
- d) импульсті дифференциалдық теңдеу үшін сызықтық емес шеттік есептің шешілімділік шарттарын алу және оның шешімін табудың тиімді алгоритмін құру;
- e) бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есептің шешілімділік шарттарын параметрлеу әдісі арқылы анықтау;
- f) бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеудің ось бойындағы екі жақты шенелген шешімдерінің бар болу шарттарын орнату.

Зерттеу нысаны бекітілген және бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептер болып табылады.

Зерттеу пәні импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептердің шешімділік мәселелері, кіші сандық параметрі бар бастапқы және шеттік есептер үшін орталау және параметрлеу әдісін негіздеу.

Ғылыми жаңалық.

1. Импульс әсерлі дифференциалдық теңдеуі үшін орталашаланған шеттік есептің шешімінің бар болуы жағдайында бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеуі үшін шеттік есебінің шешімінің бар болу шарттары орнатылды.

2. Бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульсті дифференциалдық теңдеудің ось бойындағы екіжақты, шенелген шешімдерінің бар болу шарттары орташалау әдісі арқылы анықталды.

3. Д.С. Джумабаев параметрлеу әдісі бекітілген уақыт мезетіндегі импульсті сызықты емес қарапайым дифференциалдық теңдеуі үшін шеттік есептерді шешуге қолданылды.

4. Д.С. Джумабаев параметрлеу әдісі бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеуі үшін шеттік есепті шешуге қолданылды.

5. Бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеуі үшін сызықты емес шеттік есепті шешудің алгоритмдері және олардың сандық жүзеге асырылуы жасалды.

Қорғауға шығарылатын негізгі ережелер:

- импульсті жүйенің вариациялау теңдеуінің орталау әдісімен шешімін табу;

- бекітілген және бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулері үшін шеттік есептің шешімдерінің бар болуын зерттеуге орталау әдісін қолдану;

- бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульсті дифференциалдық теңдеудің ось бойындағы екі жақты шенелген шешімдері орталау әдісі арқылы анықтау;

- бекітілген уақыт мезетіндегі импульсті дифференциалдық теңдеуі үшін сызықтық емес шеттік есептің шешімділік шарттары;

- бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульсті дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есептің шешімділік шарттарын параметрлеу әдісі арқылы анықтау;

- импульс әсерлі дифференциалдық теңдеуі үшін сызықты емес шеттік есепті параметрлеу әдісімен шешу;

- бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеуі үшін сызықты емес шеттік есепті шешудің алгоритмдері және олардың сандық жүзеге асырылуы;

- импульс әсерлі дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есептің параметрлерге қатысты сызықты емес алгебралық теңдеулер жүйесінің шешімін табу алгоритмі.

Сенімділік және негізділік. Диссертацияда импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер теориясының әдістері мен нәтижелері кеңінен

колданылады. Диссертацияда қарастырылған есептерді зерттеудің және шешудің негізгі әдістері орташалау және параметрлеу әдістері.

Зерттеудің теориялық және практикалық маңыздылығы. Диссертацияның нәтижелері негізінен теориялық сипатта болып табылады. Жұмыстың ғылыми маңыздылығы бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер үшін зерттеу мен есептерді шешудің конструктивті әдісін құру болып табылады.

Диссертациялық жұмыстың басқа ғылыми-зерттеу жұмыстарымен байланысы. Диссертациялық жұмыс "Бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсері бар дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерді шешу әдістері" (№ АР15473190, 2022-2024 жж.) жобасы аясында «Жаратылыстану ғылымдары саласындағы іргелі зерттеулер» басымдығы бойынша гранттық қаржыландыру шеңберінде орындалды.

Автордың жеке үлесі диссертациялық жұмыста келтірілген барлық нәтижелер автор тарапынан алынды. Бірлескен авторлар мен ғылыми кеңесшілердің үлесі есептерді қоюдан және алынған нәтижелерді талқылаудан тұрады.

Жұмысты апробациялау. Жұмыстың негізгі нәтижелері келесі іс-шараларда баяндалды және талқыланды:

– Сәуір айындағы дәстүрлі халықаралық ғылыми конференция. Математика және математикалық моделдеу институты. Алматы, Қазақстан (5-10 сәуір 2020 ж.);

– «Дифференциалдық теңдеулер, анализ және алгебра мәселелері» тақырыбында Халықаралық ғылыми конференция. Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті. Ақтөбе, Қазақстан (24-28 мамыр 2022 ж.);

– Сәуір айындағы дәстүрлі халықаралық ғылыми конференция. Математика және математикалық моделдеу институты. Алматы, Қазақстан (15-20 сәуір 2024 ж.);

– Mathematical Analysis, Differential Equation & Applications – MADEA 9, Бішкек, Қырғызстан (21-25 маусым, 2021ж.);

– International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations QUALITDE – 2020, Тбилиси, Грузия (19-21 желтоқсан, 2020 ж.);

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша 8 жұмыс жарияланды, оның ішінде Scopus базасында индекстелетін рейтингтік ғылыми журналда 2 жарияланым, ҚР ҒЖБ Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған ғылыми нәтижелерді жариялау тізіміне енетін ғылыми басылымдарда 2 мақала, халықаралық конференциялар мен семинарлар материалдарында 4 мақала жарияланды.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, негізгі 2 бөлімнен (бірінші бөлімде 6 бөлімше, екінші бөлімде 3 бөлімше), қорытындыдан, пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады.

Диссертацияның қысқаша мазмұны. Кіріспе қарастырылып отырған есептердің қазіргі жәй-күйін бағалауды, ғылыми-зерттеу жұмыстарын жүргізу қажеттілігінің негіздемесін қамтиды. Кіріспеде тақырыптың өзектілігі мен

жаңалығы, зерттеудің негізгі мақсаттары мен міндеттері, қорғауға ұсынылған ережелер көрсетілген.

Бірінші бөлімде бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерді шешудің орталау әдісі қарастырылады.

1.1 ішкі бөлімінде бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептің қойылымы және оған қойылатын негізгі және қосымша шарттар, анықтамалар келтіріледі.

1.2 ішкі бөлімінде импульс әсерлі теңдеулер жүйесінің шешімінің бастапқы шарттардан үзіліссіз тәуелділігі келтіріледі.

Біріншіден, уақыттың бекітілмеген мезетінде импульсті дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шешімінің бастапқы шарттардан үзіліссіз тәуелділігі зерттелді және 1-лемма түрінде тұжырымдалды.

Екіншіден, уақыттың бекітілген мезетіндегі импульсті жүйесі үшін шешімінің бастапқы берілгендер бойынша үзіліссіз дифференциалдануы зерттелді және 2-лемма түрінде тұжырымдалды.

1.3 ішкі бөлімінде бекітілген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі жүйенің вариациялау теңдеуін орталау әдісімен шешу келтіріледі.

Бекітілген уақыт мезетінде импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер жүйесі қарастырылып, оған сәйкес вариациялау теңдеуі зерттеліп, нәтижесінде вариациялау теңдеуінің орталауы туралы теорема тұжырымдалды.

1.4 ішкі бөлімінде бекітілген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есептің шешімі қарастырылады.

Бекітілген уақыт мезетінде импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулері үшін шеттік есептің шешілімділігі зерттеліп, нәтижесінде теорема тұжырымдалды.

1.5 ішкі бөлімінде бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есепті орталау әдісімен шешу қарастырылады.

Кіші параметрмен бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есебінің шешілімдік мәселесі орталау әдісімен зерттеліп, негізгі нәтиже теорема түрінде тұжырымдалды.

1.6 ішкі бөлімінде бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульстік әсері бар дифференциалдық теңдеудің ось бойындағы екі жақты шенелген шешімдері келтіріледі.

Кіші параметрмен бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер жүйесінің екі жақты шенелген шешімдері алдымен жартылай интервалда, содан соң барлық сан осінде зерттеліп, нәтижелері теоремалар түрінде тұжырымдалды.

Екінші бөлімде бекітілген және бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерді шешудің параметрлеу әдісі келтіріледі.

2.1 ішкі бөлімінде импульс әсерлі сызықты емес жәй дифференциалдық теңдеуі үшін шеттік есепті параметрлеу әдісімен шешу келтіріледі.

Сызықты емес жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін импульс әсерлі шеттік есеп қарастырылады. Алдымен берілген аралық импульс нүктелері арқылы бөлік интервалдарға бөлінеді. Содан соң бөлікше интервалдардың орталарында белгісіз функцияның мәні ретінде параметр енгізіліп және әрбір бөлік интервалдарда алмастыру жасалып, берілген шеттік есеп оған эквивалентті көпнүктелі параметрлі есепке көшіріледі. Көпнүктелі параметрлі есепті шешу алгоритмі тұрғызылып, осы алгоритмнің жинақтылығының, сонымен қатар, көпнүктелі параметрлі есептің окшауланған шешімінің бар болуының да жеткілікті шарттары болатын теорема тұжырымдалды.

2.2 ішкі бөлімінде жәй дифференциалдық теңдеу үшін екінүктелі шеттік есепті шешудің алгоритмінің бір модификациясы келтіріледі.

2.3 ішкі бөлімінде бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі жәй дифференциалдық теңдеуі үшін шеттік есепті параметрлеу әдісімен шешу келтіріледі.

Бекітілмеген уақыт мезетіндегі импульс әсерлі дифференциалдық теңдеу үшін екінүктелі шеттік есеп қарастырылды. Алдымен берілген интервалдың шеттерінде белгісіз функцияның мәндері ретінде параметрлер енгізіліп және әрбір бөлікше интервалдарда функция алмастыруы жасалып, берілген шеттік есеп оған эквивалентті көпнүктелі параметрлі есепке келтіріледі. Содан соң көпнүктелі параметрлі шеттік есепті шешу алгоритмі тұрғызылып, осы алгоритмнің жинақтылығының, сондай – ақ көпнүктелі параметрлі шеттік есептің жалғыз шешімінің бар болуының да жеткілікті шарттары тұжырымдалды.