УБАЕВА ЖАНАР КАРТБАЕВНА

КЛАУЗЕН ТЕКТІ БІРТЕКТІ ЕМЕС ЖҮЙЕ ШЕШІМДЕРІНІҢ БАР БОЛУЫН ЗЕРТТЕУ

6D060100 – Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD)дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның

АННОТАЦИЯСЫ

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Зерттеу біртекті емес жоғары ретті жалпыланған гипергеометриялық теңдеулер мен біріккен теңдеулер жүйелерінің шешімдерінің бар болуының жаңа тиімді әдістеріне арналады. Жоғары ретті гипергеометриялық теңдеулер мен екінші және үшінші ретті дербес туындылы сызықты дифференциалдық теңдеулердің біртекті емес жүйелерінің шешімдерінің бар болуын зерттейтін әдістер бұрынғы жұмыстарда қарастырылмаған. Осындай текті теңдеулер мен олардың жүйелері арқылы алынған гипергеометриялық функциялар электродинамикада, ядролық және математикалық физикада, радиоэлектроникада кең қолданылады. Аталған маңызды қолданыстан, жалпы жағдайда, біртекті емес жалпыланған гипергеометриялық теңдеулер мен теңдеулер жүйелерінің шешімдерінің бар болуы мәселелерін жан-жақты зерттеудің қажеттігі туындайды.

Математикалық физиканың қолданыстарында кездесетін арнайы функциялар гипергеометриялық $F(\alpha,\beta,\gamma;x)$ Гаусс функциясының дербес жағдайлары болып табылады. Біртекті емес Бессель теңдеуінің оң жағы дәрежелік немесе сызықты функциялар түрінде берілсе, онда біртекті емес теңдеудің шешімдері Ломмель, Струве, Ангер, Вебер арнайы функциялары болады. Осы және басқа да белгілі арнайы функциялар шешімдері болатын гипергеометриялық текті біртекті емес теңдеулер А.В. Бэбистрдің монографиясында зерттелген. Монографияда екінші ретті біртекті емес жай дифференциалдық теңдеулер қарастырылған, бірақ оларды жан-жақты зерттеуге арналған әдіс жоқ.

Кейінгі кезде көпөлшемді туындалған теңдеулерді зерттеулерге байланысты үшінші және жоғары ретті жалпыланған гипергеометриялық теңдеулер мен жүйелер әртүрлі есептерде жиі қолданыла бастады. Бұл еңбектерде біртекті теңдеулердің шешімдерін табу зерттелгенімен, біртекті емес жағдайлар қарастырылмаған.

Жалпыланған гипергеометриялық функцияның алғашқы мысалы бес параметрге тәуелді Клаузен функциясы (1828) болып табылады. Бірақ, үшінші ретті жай дифференциалдық теңдеудің шешімі болып табылатын Клаузен функциясының қасиеттерін зерттеу өз дәрежесіне жеткен жоқ. Әсіресе, ғылым мен техниканың есептерінде қолданылатын біртекті емес

Клаузен дифференциалдық теңдеулерінің шешімдерін табу толық зерттелмеген. Клаузен теңдеуінен шекке көшу арқылы алынатын туындалған теңдеулердің шешімдерін құру ерекшеліктері де жете қаралмаған. Келтірілген жағдайды екі дербес туындылы дифференциалдық теңдеулердің жалпыланған гипергеометриялық жүйелері үшін де айтуға болады.

Зерттеу мақсаты. Клаузен текті жүйенің шешімінің бар болуы мәселесін зерттеу, Клаузен текті біртекті емес теңдеу мен жүйенің шешімдерін құрудың тиімді әдістерін табу және сол әдістерді шешімдері көп айнымалылы жалпыланған гипергеометриялық функциялар болатын теңдеулер жүйесіне тарату. Ерекше қисықтар маңайында қалыпты, қалыпты-регуляр шешімдерді құрудың тиімді әдістерін пайдаланатын теорияны жасақтау.

Зерттеу міндеттері:

а) анықталмаған коэффициенттер және жетілдірілген Фробениус-Латышева әдістерін пайдаланып біртекті емес жалпыланған дифференциалдық теңдеулер мен екі теңдеуден тұратын дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімдерін құру ерекшеліктерін көрсету, ерекше нүктелерін және қисықтарын классификациялау;

ә) біртекті емес Клаузен теңдеуінің $x=0$ және $x=\infty$ ерекше нүктелерінің маңайындағы шешімдерін құрудың тиімді әдістерін орнату;

б) туындалған біртекті емес Клаузен теңдеуінің шешімдерін құрудың тиімді әдісін орнату;

в) регуляр және иррегуляр ерекше қисықтар маңайындағы үшінші ретті екі теңдеуден тұратын дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімдерін құру ерекшеліктерін көрсету;

г) жалпыланған гипергеометриялық текті теңдеулер жүйесінің көп айнымалылы ортогональ көпмүшелік түріндегі шешімдерін құруда жалпыланған гипергеометриялық функцияларды пайдалану мүмкіншіліктерін көрсету;

д) жай Клаузен текті біртекті емес жүйенің жалпы шешімін құру және шешімінің қасиеттерін зерттеу;

з) біртекті емес негізгі және туындалған Клаузен жүйелерінің шешімдерін құру ерекшеліктерін зерттеу;

л) Лауричелла жүйесінен шекке көшу арқылы алынған туындалған жүйенің қалыпты-регуляр шешімінің бар болуын және олардың қасиеттерін зерттеу;

к) Художников функциясы мен қалыпты-регуляр шешімдер арасындағы байланыс ерекшеліктерін көрсету.

Зерттеу нысаны. Біртекті емес жоғары ретті жалпыланған гипергеометриялық текті теңдеулер мен екінші және үшінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі, олардың дербес жағдайлары болып табылатын Клаузен теңдеуі және Клаузен жүйелері.

Зерттеу әдістері. Екі немесе үш теңдеуден тұратын дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйелерінің қалыпты, қалыпты-регуляр және ақырлы шешімдерінің тиімді алгоритмдерін құру үшін пайдаланылған негізгі әдіс - жетілдірілген Фробениус-Латышева әдісі. Сонымен қатар жай дифференциалдық теңдеулердің аналитикалық теориясында қолданылып, дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйелері жағдайлары үшін жетілдірілген және модификацияланған П. Аппель, В. Вильчинский, Ш. Эрмит, Э. Айнс, А. Эрдейи, К.Я. Латышева әдістері қолданылды.

Көп айнымалылы арнайы функциялар және шешімі ортогональ көпмүшелік болатын жүйелерді зерттеу кезінде Э. Куммер, Ж. Кампе де Ферье, П. Аппель, Ш. Эрмит, М. Лауричелла, В.И. Художников, Клаузен еңбектері пайдаланылды.

Зерттеу пәні. Біртекті емес жоғары ретті жалпыланған гипергеометриялық текті теңдеулер мен үшінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің жалпыланған гипергеометриялық функциялар түріндегі шешімдерін табудың тиімді әдісін құру, шешімдердің бар болуы шарттарын негіздеу.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы:

а) диссертациялық жұмыста Фробениус-Латышева және анықталмаған коэффициенттер әдістері бұрын қарастырылмаған біртекті емес үшінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесін зерттеу үшін қолданылды;

ә) біртекті емес үшінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің қалыпты және қалыпты-регуляр шешімінің бар болуының қажетті шарттары және оларды құрудың тиімді әдістері жасалынды;

б) ерекше қисықтар маңайындағы жай Клаузен текті біртекті емес жүйенің шешімдерін құру ерекшеліктері айқындалды және оған сәйкес шешімдердің қасиеттері анықталды;

в) біртекті емес негізгі және туындалған Клаузен жүйелерінің шешімінің бар болу шарттары тағайындалды және шешімдерді табудың тиімді әдістері көрсетілді;

г) Лауричелла жүйесінен шекке көшу арқылы туындалған Художников жүйесінің қалыпты-регуляр шешімінің бар болуы туралы теоремалар жалпы n айнымалылы жағдайлары үшін дәлелденді;

д) Художников функциясы мен зерттеу аясында құрылған қалыпты-регуляр шешімдер арасындағы байланыстар анықталды.

Қорғауға ұсынылған нәтижелер:

- анықталмаған коэффициенттер әдісі арқылы біртекті емес жалпыланған дифференциалдық теңдеулер мен дербес туындылы теңдеулер жүйесіндегі теңдеулердің оң жақтарының берілу ерекшеліктеріне қарай шешімдерінің құрылуы;
- Фробениус-Латышева әдісінің үшінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйелерін зерттеуге қолданысы;
- Фробениус-Латышева әдісі арқылы жалпыланған үшінші ретті теңдеулер жүйесінің шешімдерінің әртүрлі ерекше қисықтар маңайында құрылуы;

- шешімдері жалпыланған гипергеометриялық функциялар болатын теңдеулер мен теңдеулер жүйесінің нақты түрлерінің анықталуы және Кампе де Ферье әдісі арқылы шешімдерінің құрылуы;

- біртекті үшінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің $(0,0)$ және (∞,∞) ерекше қисығы маңайында қалыпты және қалыпты-регуляр шешімінің бар болуының қажетті шарттары;

- біртекті емес жай, негізгі және туындалған Клаузен жүйелерінің жалпыланған гипергеометриялық функциялар түріндегі шешімдерінің құрылуы;

- Фробениус-Латышева әдісімен туындалған екі, үш және n теңдеуден тұратын жүйелердің қалыпты-регуляр шешімдері мен Художников функциясы арасындағы байланыстардың орнатылуы.

Алынған нәтижелердің нақтылығы және негізделуі. Диссертацияда қарастырылған шешімдері бір және көп айнымалылы арнайы функциялар болатын дифференциалдық теңдеулер мен дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйелері теориясының әдістері мен нәтижелері кеңінен қолданылады. Ғылыми нәтижелер леммалар мен теоремалар түрінде тұжырымдалған. Зерттеу жұмысының нәтижелерінің маңыздылығы, нақтылығы және алынған нәтижелері талап етілген журналдарда жариялануымен түйінделеді.

Зерттеудің теориялық және практикалық маңыздылығы. Диссертациялық жұмыста алынған нәтижелердің теориялық бағалылығы үшінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің аналитикалық теориясын дамытуымен және қарастырылған есептердің шешімдерін жалпыланған гипергеометриялық функциялар түрінде табылуымен ерекшеленеді. Сондықтан да диссертациялық жұмыстың практикалық маңыздылығы көп айнымалылы арнайы функциялар теориясында маңызды орын алатындығы және математикалық физиканың, электродинамиканың, көп өлшемді туындалған теңдеулер теориясының, радиоэлектрониканың және антенналар теориясының әртүрлі есептерін зерттеулерде қолданыс табатындығында.

Автордың жеке үлесі. Диссертацияда келтірілген барлық нәтижелер автордың жеке өзі немесе оның тікелей қатысуымен алынды. Ғылыми кеңесшілер және қосалқы авторлар мәселенің қойылымына және алынған нәтижелерді талқылауға ғана үлестерін қосты.

Алынған нәтижелерді апробациялау. Диссертациялық жұмыста алынған негізгі нәтижелер келесі семинарлар мен конференцияларда баяндалды және талқыланды:

- Дәстүрлі халықаралық сәуір ғылыми конференциясы, (ҚР БҒМ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан, 3-5 сәуір 2019ж.);

- «Математика, механика және информатиканың теориялық және қолданбалы мәселелері» атты халықаралық ғылыми конференция (Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, Қарағанды, Қазақстан, 12-14 маусым, 2019 ж.);

- «Анализдің, дифференциалдық теңдеулердің және алгебраның өзекті мәселелері» (EMJ-2019): «Eurasian Mathematical Journal» журналының шығарыла бастағанына 10 жыл толуына арналған халықаралық конференция (Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан, 16-19 қазан 2019 ж.);
- «Кешенді талдау және оның қолданылуы» ғылыми семинары, Тәжік ұлттық университеті, Душанбе, Тәжік Республикасы (семинар жетекшісі – ф.-м.ғ.д., академик Н.Раджабов, қараша, 2020ж.);
- «Қазіргі кезеңдегі іргелі және қолданбалы математика мәселелері» атты халықаралық ғылыми-тәжірибелік конференция (М.В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университетінің Қазақстан филиалы, Нұр-Сұлтан, Қазақстан, 4 маусым, 2021ж.);
- «Математикалық биология, информатика және физикадағы жергілікті емес шекаралық есептер және олармен байланысты мәселелер» атты халықаралық ғылыми конференция, (Нальчик, Ресей, 5-9 желтоқсан, 2021ж.);
- «Дифференциалдық теңдеулер, анализ және алгебра мәселелері» атты IX халықаралық ғылыми конференция (Ақтөбе, Қазақстан, 24-28 мамыр, 2022 ж.);
- «Қолданбалы математика және информатика мәселелері» ғылыми семинары, Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті математика кафедрасы, Ақтөбе, Қазақстан (семинар жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор Ж.А. Сартабанов).

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша негізгі ғылыми тұжырымдар 23 ғылыми жұмыста жарияланды. Оның ішінде 2 мақала Scopus мәліметтер базасында индекстелген рейтингтік ғылыми журналдарда, 3 мақала ҚР ҒЖБССҚК ұсынған басылымдарда, 1 мақала ҚР ғылыми журналында, 1 мақала РИНЦ индексті журналында, 16 мақала Қазақстанда және жақын шет елдерде өткен Халықаралық ғылыми конференциялар материалдарында жарияланды.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, үш тараудан, қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімнен тұрады. Тұжырымдар, формулалар екі индекстен тұратын сандармен нөмірленген. Бірінші индекс - бөлімнің номерін, екінші индекс - осы бөлімшесіндегі тұжырымның, формуланың номерін білдіреді. Диссертацияның жалпы көлемі 127 бет. Пайдаланылған әдебиеттер тізімі 117 атаулардан тұрады.

Жұмыстың **бірінші бөлімінде** ерекше нүктелері регуляр немесе иррегуляр болатын

$$x^{B+1}\left(\mu_{B+1}-\lambda_{B+1}x^{k}\right)\frac{d^{B+1}y}{dx^{B+1}}+\ldots+x\left(\mu_{1}-\lambda_{1}x^{k}\right)\frac{dy}{dx}+\left(\mu_{0}-\lambda_{0}x^{k}\right)y=f(x)$$

біртекті емес гипергеометриялық текті жалпыланған дифференциалдық теңдеудің әртүрлі дербес жағдайлары үшін

$$ {}_AF_B(a_1,a_2,...,a_A;b_1,b_2,...,b_B;x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_n...(a_A)_n}{(b_1)_n(b_2)_n...(b_B)_n n!}x^n $$

жалпыланған гипергеометриялық функциялар түріндегі шешімдерін құру мүмкіндіктері қарастырылады, мұндағы $\mu_i,\lambda_i(i=0,1,...,B+1)-$ белгісіз тұрақтылар, $k-$бүтін сан, $f(x)-$жалпыланған дәрежелік қатар, $a_k,k=\overline{1,A}$ және $b_j,j=\overline{1,B}-$тұрақты параметрлер.Мұндай гипергеометриялық функциялардың алғашқы мысалына бес параметрге тәуелді

$$ {}_3F_2(a_1,a_2,a_3;b_1,b_2;x)=F\begin{pmatrix} a_1, & a_2, & a_3 \\ b_1, & b_2 & \end{pmatrix}x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_n(a_3)_n}{(b_1)_n(b_2)_n n!}x^n $$

түріндегі Клаузен функциясын атауға болады.

1.1-бөлімшесінде зерттеу жұмысында қолданылатын негізгі анықтамалар мен түсініктер келтірілген.

Одан әрі, жалпыланған дифференциалдық теңдеулерді қалай құруға болатындығы туралы мәліметтер келтірілген. Үшінші ретті

$$ x^3(\mu_3-\lambda_3x^k)\frac{d^3y}{dx^3}+x^2(\mu_2-\lambda_2x^k)\frac{d^2y}{dx^2}+x(\mu_1-\lambda_1x^k)\frac{dy}{dx}+(\mu_0-\lambda_0x^k)y=0 $$

дифференциалдық теңдеуі енгізіліп, мұндағы белгісіз коэффициенттерді Кампе де Ферье әдісімен анықтай отырып [1, 115 б.], шешімі Клаузен функциясы болатын

$$ x^2(1-x)\frac{d^3y}{dx^3}+[1+b_1+b_2-(3+a_1+a_2+a_3)x]x\frac{d^2y}{dx^2}+ $$
$$ +[b_1b_2-(1+a_1+a_2+a_3+a_1a_2+a_2a_3+a_1a_3)x]\frac{dy}{dx}-a_1a_2a_3y=0 $$

түріндегі Клаузен теңдеуі алынады.

1.2-бөлімшесінде регуляр ерекше нүктелі біртекті емес жалпыланған дифференциалдық теңдеулердің шешімдерін анықталмаған коэффициенттер әдісімен құру ерекшеліктері қарастырылған. Ішкі бөлімшесінде Клаузен функциясының негізгі қасиеттері тұжырымдалған.Клаузен теңдеуінің дербес және жалпы шешімдерінің бар болатындығы, шешімнің бар болуының қажетті шарттары, сондай-ақ, $x=0$ және $x=\infty$ ерекше нүктелерінің маңайында жинақты регуляр шешімдері бар болатындығы туралы теоремалар дәлелденген.

1.3-бөлімшесінде біртекті емес Клаузен теңдеуінің шешімдерін теңдеудің оң жағы $f(x)$ функциясының берілу ерекшеліктеріне байланысты зерттеу мүмкіндіктері қарастырылған. Біртекті емес теңдеуінің оң жағы

$f(x)=x^{\rho}$ түрінде берілген жағдайда, оның жалпы шешімін табу үшін Фробениус-Латышева әдісін қолдану ерекшелігі көрсетілген.

Диссертациялық жұмыстың **екінші бөлімі** біртекті емес жүйені және осы біртекті емес жүйенің оң жағы $f_i(x,y)=0,(i=1,2)$ болғанда алынатын біртекті жүйені зерттеуге арналған.

2.1-бөлімшесінде біртекті емес жүйенің шешімдерінің бар болуы туралы бірнеше теоремалар дәлелденген. Ішкі бөлімшесінде екінші ретті гипергеометриялық текті біртекті емес жүйенің шешімдерін табу ерекшеліктері қарастырылған. Шешімдері ортогональ көпмүшелік болатын біртекті емес жүйелер аз зерттелген. Сондықтан мысал ретінде Эрмит жүйесінің біртекті емес жағдайы үшін теорема тұжырымдалып, дәлелденген.

2.2-бөлімшесінде осы біртекті теңдеулер жүйесінің $\omega=2$ болған кездегі шешімдерін құру мәселелері қарастырылған. Бұл жағдайда үшінші ретті жүйенің шешімдерінің бар болуын анықтау қажеттігі туындайды. Мұнда $h=0,\ h=1$ және $h\geq 2$ әртүрлі мәндеріне сай алынатын жүйенің шешімдерін құру мүмкіндіктерін қарастыру маңызды. $h=1$ дербес жағдайы бұрын қарастырылып, Кампе де Ферье текті жүйелер алынған. Ал, ішкі бөлімшесінде зерттеулерді жүргізудің негізгі әдісі болып табылатын Фробениус-Латышева әдісінің негізгі түсініктері енгізілген. Оларға Фробениус характеристикалық функция түсінігі, $(0,0)$ және (∞,∞) ерекшеліктері бойынша анықталатын айқындауыш теңдеулер жүйесі түсініктері жатады.

2.3-бөлімшесінде $\omega=2$ мәнінде алынатын біртекті емес үшінші ретті жүйенің жалпы қасиеттері дәлелденген.

2.3.1-ішкі бөлімшесінде $h=1$ жағдайы үшін теоремалар келтірілген. $k\geq 2$ жалпы жағдайда да дәлелдеулер осыларға ұқсас жолмен жүргізіледі. Бұл жағдайда дербес шешімдер $Z=Z(x^k,y^k),(k\geq 2)$ түрінде өрнектеледі.

2.3.2-ішкі бөлімшесінде $\omega=2$ мәнінде алынатын біртекті емес жүйенің оң жағы екі айнымалылы жалпыланған қатар түрінде берілген жағдайда, анықталмаған коэффициенттер әдісін қолдану ерекшеліктері қарастырылған. Дербес шешім $(0,0)$ ерекше қисығының маңайында жалпыланған қатар түрінде ізделінеді.

2.3.3-ішкі бөлімшесінде Кампе де Ферье әдісімен дербес шешімін пайдалану арқылы құрылған біріккен біртекті, біртекті емес және екі теңдеулерін қосу арқылы алынған үшінші ретті біртекті емес дербес туындылы теңдеудің шешімдерін құру ерекшеліктері көрсетілген. Келтірілген теоремаларды дәлелдеуге Фробениус-Латышева және анықталмаған коэффициенттер әдістері қолданылған.

2.4-бөлімшесінде Клаузеннің қарапайым жүйесі және оның шешімдерінің қасиеттері қарастырылған. Я. Горн әрқайсысы тек бір айнымалылы гипергеометриялық функциялар болатын екі гипергеометриялық функциялардың көбейтінділері де екінші ретті гипергеометриялық функцияларға жататынын анықтаған. Олар екі Клаузен теңдеуінен тұратын жүйенің шешімдері болады. Мұндай жүйелер жай

Клаузен текті жүйелер деп аталды. Біртекті және біртекті емес жай Клаузен жүйесінің қасиеттері туралы бірнеше теоремалар дәлелденді.

Диссертацияның **үшінші бөлімі** толығымен екінші ретті дербес туындылы біртекті емес туындалған дифференциалдық теңдеулер жүйесінің қалыпты-регуляр шешімдерінің бар болуын зерттеуге арналған. Мұндай қалыпты-регуляр шешімдер Лауричелла жүйесінен шекке көшу арқылы алынған біртекті туындалған жүйенің шешімдері болып табылады. Бұл жүйенің шешімдерін жаңа функциялар түрінде В.И. Художников анықтаған. Диссертациялық жұмыста зерттелетін туындалған жүйенің В.И. Художников функциясы түріндегі шешімдерімен қатар қалыпты-регуляр шешімдері де бар болатындығы көрсетілген. Ол функциялар арасында байланыстар орнатылып, екі және үш теңдеуден тұратын теңдеулер жүйесі нақты мысал ретінде қарастырылған. Алынған нәтижелер n теңдеуден тұратын жүйелер үшін жалпыланған.

Бізді негізінен Лауричелланың

$$F_B\left(\begin{matrix}(\alpha_n), & (\beta_n) \\ \gamma & \end{matrix}\middle|(z_n)\right)=\sum_{m_1,\dots m_n}\frac{(\alpha_1)_{m_1}\dots(\alpha_n)_{m_n}(\beta_1)_{m_1}\dots(\beta_n)_{m_n}}{(\gamma)_{m_1+\dots+m_n}}\frac{z_1^{m_1}}{m_1!}\dots\frac{z_n^{m_n}}{m_n!}$$

функциясымен байланыстағы көп айнымалылы туындалған фукциялары қызықтырады, мұндағы $|z_k|<1, k=\overline{1,n}$. F_B функциясы

$$z_i(1-z_i)\frac{\partial^2 w}{\partial z_i^2}+\sum_{j=1,j\neq i}^{n} z_j\frac{\partial^2 w}{\partial z_j\partial z_i}+[\gamma-(\alpha_i+\beta_i+1)z_i]\frac{\partial w}{\partial z_i}-\alpha_i\beta_i w=0,\quad i=\overline{1,n}$$

түріндегі (F_B) Лауричелла жүйесінің дербес шешімі.

F_B Лауричелла функциясынан бірнеше рет шекке көшу арқылы В.И. Художников жаңа

$$\Phi_{B,n}^{k,l}\left(\begin{matrix}(\alpha_k), & (\alpha'_l), & (\beta_k) \\ & \gamma & \end{matrix}\middle|(z_n)\right)=\sum_{i_1,\dots i_n}\frac{\Pi(\alpha_k)_{i_k}\cdot(\beta_k)_{i_k}}{(\gamma)_{\sum i_n}}\cdot\Pi(\alpha'_1)_{i_{l+k}}\cdot\Pi\frac{(z_n)^{i_n}}{i_n!}$$

түріндегі функцияны енгізген, мұнда келесі

$$(a_n)=(a_1,\dots,a_n),(z_n)=(z_1,\dots,z_n),\ \Pi(\alpha_n)_{i_n}=\prod_{k=1}^{n}(a_k)_{i_k},\ \sum i_n=\sum_{k=1}^{n}i^k,\ \sum i_1,\dots,i_n=\sum_{i_1=0}^{\infty}\sum_{i_2=0}^{\infty}\dots\sum_{i_n=0}^{\infty}(\dots)$$

қысқаша белгілеулері пайдаланылған.

В.И. Художников енгізген жаңа туындалған функциямен қатар, шекке көшу арқылы алынған

$$W(z_1, z_{2,\dots,}z_n) = \exp(\alpha_{1,0,\dots,0} z_1 + \alpha_{0,1,\dots,0} z_2 + \dots + \alpha_0{}_{,\dots,1} z_n) \times$$
$$\times z_1^{\rho_1} z_2^{\rho_2} \dots z_n^{\rho_n} \sum_{m_1,\dots m_n=0}^{\infty} A_{m_1,m_{2,\dots},\dots m_n} z_1^{m_1} z_2^{m_2} \dots z_n^{m_n}, \quad A_{0,\dots,0} \neq 0$$

түріндегі қалыпты-регуляр шешімі енгізілген, мұндағы $\rho_t (t = \overline{1,n}),\ A_{m_1,m_2,\dots m_n} (m_1,\dots, m_n = 0,1,2,\dots),\ \alpha_{1,0}{}_{,\dots,0}, \alpha_{0,1,0}{}_{,\dots,0}, \dots, \alpha_0{}_{,\dots,0,1} -$ белгісіз тұрақтылар.

3.1.1-ішкі бөлімшесінде (F_B) Лауричелла жүйесінен бірнеше рет шекке көшу арқылы алынған

$$z_i (1 - z_i) \frac{\partial^2 w}{\partial z_i^2} + \sum_{j=1, j \neq i}^{n} z_j \frac{\partial^2 w}{\partial z_j \partial z_i} + [\gamma - (\alpha_i + \beta_i + 1) z_i] \frac{\partial w}{\partial z_i} - \alpha_i \beta_i w = 0, \quad i = \overline{1,k}$$
$$\sum_{j=1}^{n} z_j \frac{\partial^2 w}{\partial z_j \partial z_i} + (\gamma - z_i) \frac{\partial w}{\partial z_i} - \alpha'_{i-k} w = 0, \quad i = \overline{k+1, k+l}$$
$$\sum_{j=1}^{n} z_j \frac{\partial^2 w}{\partial z_j \partial z_i} + \gamma \frac{\partial w}{\partial z_i} - w = 0, \quad i = \overline{k+l+1, n}$$

түрлеріндегі туындалған гипергеометриялық жүйе келтірілген, мұнда $(a_n) = (a_1, a_2, \dots, a_n), (z_n) = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ белгілеулері пайдаланылған.

Келтірілген біріккен жүйенің дербес жағдайларының қалыпты регуляр шешімдерінің бар болуы және олардың Художников функцияларымен байланысы екі теңдеуден тұратын $n = 2$ жағдайы үшін зерттелген. Мұндағы негізгі теорема (Φ_2) Горн жүйесін қарастырумен байланысты.

3.2-бөлімшесінде біртекті емес туындалған гипергеометриялық жүйенің қалыпты-регуляр шешімдерін құру мүмкіндіктері қарастырылып, бірнеше теоремалар келтірілген.

3.3-бөлімшесінде қарастырылған теоремаларды n айнымалылар жағдайына жалпылаған.