АЙТЕНОВА ГУЛСЕЗИМ МУРАТОВНА

ВЕКТОРЛЫҚ ӨРІС БАҒЫТТАРЫ БОЙЫНША ДИФФЕРЕНЦИАЛДАУ ОПЕРАТОРЛЫ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ ҮШІН ШЕТТІК ЕСЕПТЕРДІ ЖӘНЕ КӨППЕРИОДТЫ ШЕШІМДЕРДІ ЗЕРТТЕУ

6D060100 – Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның

АННОТАЦИЯСЫ

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, екі тараудан (бірінші тарауда 4 бөлім және 6 бөлімше, екінші тарауда 3 бөлім), қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады.

Суреттер, кестелер мен әдебиеттер саны. Жұмыста 136 әдебиет пайдаланылды.

Кілттік сөздер. Интегралды-дифференциалдық, ақырлы эредитарлы, дифференциалдау операторы, көппериодтылық, матрицант, конвективті-диффузиялы, параболалық тип, бастапқы-шеттік есеп.

Диссертацияның өзектілігі. Математикалық модельдері интегралды-дифференциалдық теңдеулер арқылы сипатталатын құбылыстар биологияда, әсіресе, тұқым қуалаушылықпен байланысты ұқпақ жаю жағдайаттарында жиі кездеседі. Техникада осыған ұқсас құбылыстар серпімділік теориясында көптеп байқалады. Айталық, серпімді баған бұрын иілген немесе құралған болса, онда оның кейінгі иілуі немесе бұралуы алдыңғы жағдайымен өте тығыз байланысты. Ендеше, тұқым қуалаушылық жағдайлар механикада да бар екенін көреміз. Сол сияқты, электр-магниттік өрістердегі кейінгі жағдай олардың бұрынғы және қазіргі жағдайларына байланысты сипатталады.

Олай болса, дүниеде өткені мен болшағы қазіргі жағдаймен сипатталатын, детерминанттік құбылыстармен қатар, болашағы қазіргі және өткен шақтарымен сипатталатын эредитарлық құбылыстардың баршылық екені белгілі. Мұндай құбылыстарды зерттеу В. Вольтерра есімімен байланысты. Осындай құбылыстардың уақытпен толқып отыратын қасиеті өте маңызды. Оны биологияда флуктуациялық даму деп атайды. Мысалы, қоян мен қасқыр, шабақ пен шортан немесе қаз бен қырғилар басқа жануарлардан оңашаланған мекендерде өмір сүрсе, онда коректік құрбандар (қоян, шабақ, қаз) азайса жыртқыштар да (қасқыр, шортан, қырғи) ізе-шала құри бастайды. Жыртқыштардың азаюы құрбандардың өсуіне жағдай жасайды да, азайған жыртқыштардың өсуін қамтамасыз етеді. Жыртқыштардың өсуі құрбандардың азаюына соқтырады. Дамудағы осындай уақыттық тербелістерді зерттеу өте құнды, өзекті мәселелер қатарына жатады. Қазіргі адами даму мен Жердегі коректік азықтардың өндірісі арасындағы байланыс та флуктуациялық

тербелістер тобынан орын алады. Мұндай тербелістердің қарапайымы – периодты флуктуациялар. Периодты өзгерістер жиіліктерімен мөлшерленеді. Ал өзгерістер бірнеше периодты күштердің әсерімен болса, онда күрделі тербелістер пайда болады да, өзгерістердің шамасы жиіліктердің өлшемдестігімен анықталады. Осыған байланысты көпжиілікті тербелісті көппериодты құбылыстар пайда болады. Бірнеше қатар жүріп жатқан периодты құбылыстардың периодтарының бірі басқалары арқылы өлшенбейтіндігі уақыттың жіктелуіне, яғни көпөлшемді уақыт ұғымын туғызды. Сөйтіп, көп өлшемді уақыт бойынша периодты құбылыстар көппериодты аталынды. Одан әрі, көпөлшемді уақыт бойынша жылдамдықты анықтау векторлық өріс бағыттары бойынша дифференциалдау операторы ұғымына келтірді. Сонымен, зерттеудің тақырыбынан оның өзекті мәселені зерделеуге арналғанын көреміз.

Диссертациялық зерттеуде құбылысты сипаттайтын ізделмек $u(t,\tau)$ айнымалысы бойынша

$$D_c u(t,\tau) = A(t,\tau)u(t,\tau) + \int_{\tau-\varepsilon}^{\tau} K(t,\tau,\sigma,s)u(\sigma,s)ds +$$
$$+ f\left(t,\tau,u(t,\tau), \int_{\tau-\varepsilon}^{\tau} K(t,\tau,\sigma,s)u(\sigma,s)ds\right) \tag{0.1}$$

түріндегі $D_c = \frac{\partial}{\partial\tau} + \left\langle c, \frac{\partial}{\partial t}\right\rangle \equiv \frac{\partial}{\partial\tau} + \sum_{j=1}^{m} c_j \frac{\partial}{\partial t_j}$ дифференциалдық операторлы вектор-матрицалық теңдеулердің $(t,\tau) = (t_1,...,t_m,\tau)$ – көпөлшемді уақыттық нақты айнымалылары бойынша $(\omega,\theta) = (\omega_1,...,\omega_m,\theta)$ периодты шешімдері зерттеледі. Мұндағы $c = (c_1,...,c_m)$ – тұрақты вектор, D_c операторының бағыттар өрісін анықтайды; $A(t,\tau)$ – белгісіз $u = (u_1,...,u_m)$ айнымалылардың байланысын сипаттайтын матрицалық оператор; $K(t,\tau,\sigma,s)$ – құбылыстың эредитарлығын сипаттайтын интегралдық мүшенің ядросы; $\varepsilon > 0$ – саны эредитарлық периодты анықтайды, ал $f(t,\tau,u,v)$ – сыртқы қоздырушы күш, $\sigma = t - c\tau + cs$ дифференциалдық операторының сипаттаушысы. Зерттеуде бастапқы шарт қою мен теңдеуді интегралдау параметрі ретінде τ айнымалысы алынған. Сонымен қатар, берілген жүйе үшін осы айнымалы бойынша екі нүктелік шеттік есепті зерттеудің әдісі ұсынылған. Бұл есеп шешімдердің көппериодтылық мәселесінің жалпылануы болып табылады.

Одан әрі құбылыстың диффузиялық сипаттағы жағдайын зерттеу мақсатында

$$D_c u(x,t,\tau) - a^2 \frac{\partial^2 u(x,t,\tau)}{\partial x^2} + \chi \frac{\partial u(x,t,\tau)}{\partial x} = A(x,t,\tau)u(x,t,\tau) +$$

$$+\int_{\tau-\varepsilon}^{\tau} K(x,t,\tau,\sigma,s)u(x,\sigma,s)ds + f\left(x,t,\tau,u(x,t,\tau)\right) \tag{0.2}$$

параболалық типті $c=(c_1,...,c_m)$ оң компонентті интегралды-дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептердің шешімдерінің (t,τ) бойынша (ω,θ)-периодтылық шарттары анықталып, зерттеу әдісі ұсынылды. Мұндағы $a>0$ және $\chi \ge 0$ – const; A,K және f – берілген матрицалық және векторлық функциялар. Егер $\chi \to 0$ шектік жағдайын қарастырсақ, онда (0.2) жүйе диффузиялы теңдеуге ауысады.

Диссертацияда көпөлшемді уақыт $(\tau=t_0,t_1,...,t_m)=(t,\tau)$ векторы арқылы өрнектеліп, оның өлшемдері τ мен $t=(t_1,...,t_m)$ арасындағы байланыс $c=(c_1,...,c_m)$ – тұрақты векторлық өріспен анықталған. Демек, құбылыстың жылдамдығы бұл уақыттық өрісте жоғарыда келтірілген $D_c=\partial/\partial\tau+\sum_{j=1}^{m} c_j\,\partial/\partial t$ дифференциалдау операторымен анықталған. Дербес жағдайда, $c_1=...=c_m=1$ болса, В.Х. Харасахал қарастырған операторды алар едік. Таңдауымыздың осындай операторға түсуі, бұрыннан белгілі операторды аз ғана жалпылаумен байланысты, әрі мұндай оператор КАМ-теорияда жиі қолданылады. Ендеше, құбылыс $u=(u_1,...,u_m)$ векторымен (t,τ) уақыттық өрісінде өзгерсе, онда оның жылдамдығы $D_c u$ өрнегімен анықталады. Құбылыс эредитарлық. Олай болса, оның математикалық моделі $u=u(\tau,t)$ вектор-функциясымен бірге тұқым қуалаушылықты сипаттайтын интегралдық өрнекпен берілген $\int_{s_0}^{\tau} F(t,\tau,\sigma,s,u(\sigma,s))ds$ шамасынан тәуелді болады. Мұндағы $F(t,\tau,\sigma,s,u)$ – белгілі вектор-функция, $\sigma=t-c\tau+cs$ – векторлық өрістің сипаттауышы, s_0 – негізінен сол кезге дейінгі уақытты мөлшерлейтін параметр. Көбінесе, $s_0=\tau_0$ – тұқым қуалаушылықтың бастапқы мезетін, $s_0=-\infty$ – тұқым қуалаушылықтың шектелмейтін бастапқы мезетінен қазіргі τ мезетіне дейінгі кезеңді және қазірге τ мезеттен $\tau-\varepsilon$ мезетіне дейінгі $\varepsilon>0$ уақыт бұрынғы тұқым қуалаушылық кезеңін өрнектейтін $s_0=\tau-\varepsilon$ мезетін анықтайды. Флуктуациялы эредитарлық құбылыстар жағдайында $s_0=\infty$ немесе $s_0=\tau-\varepsilon$ мәндеріне ие болады. Диссертацияда соңғы жағдаймен шектелдік. Қарастырған жүйелерімізде эредитарлық мүшені сызықты түрде $\int_{\tau-\varepsilon}^{\tau} K(t,\tau,\sigma,s)u(\sigma,s)ds$ немесе $\int_{\tau}^{\tau+\varepsilon} K(t,\tau,\sigma,s)u(\sigma,s)ds$ интегралымен анықтадық. Зерттеуде осындай құбылыстардың көппериодтылығы шарттары анықталып, шеттік есептердің шешу жолдары көрсетілген.

Зерттеу есептерінің өзектілігі механикада, электромагниттік және биологиялық құбылыстарда эредитарлы тербелістердің қолданылуымен байланысты. Көптеген жағдайларда, әсіресе, химиялық реакцияларда және гидродинамикада эредитарлық құбылыстар диффузиялық құбылыстармен қабаттаса жүреді. Айталық, ласты өзен суына тазарту мақсатында химиялық қоспа шашылса, онда осы кезеңнен эредитарлы-диффузиялық құбылыс жүре бастайды. Мұндай құбылыстарды зерттеудің бастауы В. Вольтерра шәкірті Г. Эванс есімімен байланысты. Диффузиялық құбылыс жартылай детерминанттік болып табылады, оның болашағы тек бастапқы кезеңмен сипатталады, өткені жоқ. Бұл жағдайда диссертациялық жұмыста қарастырылатын мәселенің диффузиялығы $D_c u - a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ операторымен анықталады, c – векторы оң компонентті. Зерттеуде осындай құбылыстардың көппериодтылығы зерттеледі. Сондай-ақ, параболалық типті осы құбылыстар үшін шеттік есептерді шешу әдістері беріледі.

Сонымен, диссертациялық зерттеулер ғылыми және техникалық өрістетулерде маңызды орын алатын процестерге қатысты іргелі теориялық өзекті мәселелерді шешуге арналған.

Диссертациялық зерттеулердің өзектілігін нақтылай түсетін ғылыми әдебиеттерге шолу жасасақ, XX ғасырдың басында қалыптасқан интегралды-дифференциалдық теңдеулер саласы В. Вольтерра және оның жолын қуушыларының еңбектерінен басталады. Ал кеңестік кезеңнен кейінгі зерттеу жұмыстарын А.И. Некрасов, С.Л. Соболев, Н.Н. Назаров, В.В. Васильев, В.С. Владимиров, Я.В. Быков, М.И. Иманалиев және т.б. жүргізді. Мұндай зерттеулер алдымен бір тәуелсіз айнымалы сызықты теңдеулер мен жүйелер үшін жүргізіліп, бастапқы-шекаралық: Л.Е. Кривошеин, Ю.А. Ведь, Г.А. Шишкин және периодты шешімдер: А.Б. Ткач, Л.А. Талипова және т.б. мәселелеріне арналатыны белгілі. Интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйелерінің теориясының одан кейінгі дамуларын және әртүрлі басқа бағыттарын А.И. Боташев, М.Т. Адонц, Е.А. Барбашин, А.Н. Филатов, Ю.Н. Работнов, А.А. Ильюшин, Б.Е. Победря, А.М. Самойленко еңбектерінен көруге болады. Зерттеу барысында қолданылған іргелі салалық ғылыми-монографиялық және оқу-әдістемелік маңызы зор Ю.А. Митропольский, Н.Н. Боголюбов, В.И. Арнольд басылымдарын атамай кетуге болмайды Теориялық және әдістемелік көзқарас тұрғысынан зерттеудің негізі ретінде В.Х. Харасахал, Д.У. Умбетжанов, Ж.А. Сартабанов, А.Б. Бержанов, Г.А. Абдикаликованың жұмыстарын айтуға болады. Осы зерделеуге түрткі болған, ғылыми қызығушылықты арттырған K.-S. Chiu, Т.К.Юлдашев, С.А. Айсагалиев жұмыстарын да атап өтуге болады. Бұл жерде зерттеулердің 1) интегралды-дифференциалдық теңдеулерге байланыстыларын, олардың ішінен 2) бір тәуелсіз айнымалы жай интегралды-дифференциалдық теңдеулердің периодты немесе периодты дерлік шешімдерін немесе шеттік есептерді зерттегендерін, одан әрі 3) екі тәуелсіз айнымалы параболалық типті дербес туындылы интегралды-дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерді қарастырғандарын ғана келтіріп отырмыз.

Диссертациялық жұмыста қарастырып отырған жүйелердің көпжиілікті тербелісті шешімдерін В.Х. Харасахал ұсынған тәсілімен, ол тәсілді шын мәнісінде әдіске айналдырған Д.У. Умбетжанов зерттеулерінің Ж.А. Сартабанов дамытқан әдістерімен нәтижелер келтірілген және диссертациялық зерттеуде ақырлы эредитарлық пен сипаттайтын құбылыстың диффузиялығы ескерілетін, интегралды-дифференциалдық жүйлерге таратылған.

Ұсынылған зерттеу әдістері перспективалы болып табылатындығына және аналогиялық мәселелеріне қолданыла алатындығына назар аударамыз.

Зерттеудің мақсаты. Тұрақты бағыттар өрісі бойынша дифференциалдау операторлы шенелген эредитарлы квазисызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін бастапқы есептерді, көппериодты шешімдер есептері мен шеттік есептерді зерттеу және оны параболалық типті интегралды-дифференциалдық теңдеулер үшін дамыту.

Зерттеудің міндеттері:

а) берілген тұрақты векторлық өріс бойынша дифференциалдау операторлы шенелген эредитарлық сызықты және квазисызықты интегралды-дифференциалды теңдеулер жүйелері үшін бастапқы есептердің шешімдерінің барының жеткілікті шарттарын анықтау;

б) эредитарлы және өріс бойынша дифференциалдау операторлы сызықты және квазисызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйелерінің көппериодты шешімдерінің бары мен жалғыздығын зерттеу және оларды тұрғызу;

в) уақыт айнымалыларының бірі бойынша екі нүктелік шеттік есебінің шешімін ақырлы эредитарлы және өріс бойынша дифференциалдау операторлы интегралды-дифференциалдық теңдеулердің сызықты және квазисызықты жүйелері үшін зерттеу;

г) параболалық типті эредитарлы және уақыт айнымалылары бойынша өрістік операторлы сызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерінің көппериодты шешімдерін зерттеу.

Зерттеу әдістері. Диссертациялық жұмыста дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер теориясының белгілі әдістері мен нәтижелері, тербелістер теориясы және операторлар теориясы кеңінен қолданылады. Диссертацияда қарастырылатын есептерді зерттеу мен шешудің негізгі әдісі Харасахал-Үмбетжановтың әдістері және Ж.А. Сартабановтың оларды дамыту мен жалпылау бойынша әдістері болады. Диссертациялық жұмыста алғаш рет ақырлы эредитарлы интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелік шекаралық есепті зерттеудің жаңа әдісі ұсынылды және сыналды.

Зерттеу нысаны векторлық өріс бағыттары бойынша дифференциалдау операторлы және шенелген эредитарлы сызықты және квазисызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік және уақыт айнымалысы бойынша көппериодты, бастапқы есептердің шешімдері болып табылады.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы:

1) D_c дифференциалдау операторының нөлдерінің көппериодтылық шарттары орнатылды; периодқа тең болатын, ақырлы эредитарлы сызықты біртекті интегралды-дифференциалдық теңдеудің бастапқы есебінің бірмәнді шешілімділігінің шарттары анықталды; шешуші оператор тұрғызылды және бастапқы есептің шешімінің көрінісі табылды; қарастырылатын теңдеудің нөлден басқа көппериодты шешімінің болмауының шарттары көрсетілді; ақырлы эредитарлы сызықты біртексіз интегралды-дифференциалдық теңдеудің көппериодты шешімінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары алынды; Грин типтес матрицалық функцияның бар болуының шарттары орнатылды;

2) кез келген эредитарлық период жағдайында дифференциалдау операторы нөлдерінің көппериодтылығының жалпы шарттары орнатылды; кез келген ақырлы эредитарлы сызықты біртекті интегралды-дифференциалдық теңдеудің шешімінің периодтылығының қажетті және жеткілікті шарттары тағайындалды; кез келген ақырлы эредитарлы сызықты біртексіз интегралды-дифференциалдық теңдеудің бастапқы есебінің шешімінің көрінісі шығарылды; осы теңдеудің көппериодты шешімі есебінің Грин типтес матрицалық функцияның бар болу шарттары табылды және оның бағалауымен берілген интегралдық көрінісі келтірілді;

3) сызықты емес жүйенің шенелген периодты интегралды эредитарлы мүшесі а) болмайтын және б) болатын жағдайдағы, кез келген ақырлы эредитарлы квазисызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйесінің көппериодты шешімінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары көрсетілді;

4) кез келген ақырлы эредитарлы жағдайда дифференциалдау операторлы сызықты және квазисызықты интегралды-дифференциалдық жүйелер үшін екі нүктелік шеттік есептің бірмәнді шешілімділігінің жеткілікті шарттары алынды;

5) ақырлы эредитарлы дифференциалдау операторлы сызықты интегралды-дифференциалдық параболалық типті теңдеулер жүйесі үшін бастапқы және екі нүктелік шеттік есептің бірмәнді шешілімділігінің жеткілікті шарттары табылды; жүйенің осы шешімінің уақыт айнымалысы бойынша көппериодтылық шарттары келтірілді;

6) дифференциалдау операторлы параболалық типті ақырлы эредитарлы интегралды-дифференциалдық сызықты теңдеулер жүйесі үшін уақыт айнымалылары бойынша көппериодты және кеңістік айнымалысы бойынша жартылай ось бойынша шектелген шешімнің бірмәнді шешілімділігінің шарттары орнатылды;

7) ақырлы эредитарды және конвективті-диффузиялы типті сызықты және квазисызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйесінің уақыт айнымалылары бойынша көппериодты және кеңістік айнымалысы бойынша шектелген шешімнің бірмәнді шешілімділігінің жеткілікті шарттары келтірілді.

Қорғауға ұсынылатын негізгі нәтижелер:

– векторлық өріс бағыты бойынша дифференциалдау операторлы ақырлы эредитарлығымен берілген интегралды-дифференицалдық теңдеулер жүйесі үшін шешуші оператор тұрғызу негізінде бастапқы есептің шешімінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары және осындай жүйелердің шешімінің Грин типтес матрицалық функцияның терминінде интегралдық көрінісімен берілген шешімнің бар және жалғыздығының көппериодтылығының жеткілікті шарттары;

– кез келген ақырлы эредитарлы дифференциалдау операторлы сызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйелерінің көппериодты шешімінің бар және жалғыз болуының қажетті және жеткілікті шарттары мен олардың интегралдары көріністері;

– сызықты жағдайдағы әдістердің кез келген ақырлы эредитарлы дифференциалдау операторлы квазисызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйесіне таратылуы және қарастырылатын жүйелердің сызықты емес жағдайында эредитарлы мүше а) болмағанда және б) болған жағдайдағы көппериодты шешімнің бар болуының жеткілікті шарттары;

– векторлық өріс бойынша дифференциалдау операторлы ақырлы эредитарлы сызықты және квазисызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелік шеттік есептің шешілімділігінің жеткілікті шарттары мен көппериодты шешімдерінің әдісін жалпылануы;

– ақырлы эредитарлы параболалық типті сызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйелері үшін бастапқы және екі нүктелік шеттік есептерінің бірмәнді шешілімділігінің жеткілікті шарттарын орнату және зерттеу әдісі;

– векторлық өріс бойынша дифференциалдау операторлы сызықты ақырлы эредитарлы параболалық интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шешімнің уақыт айнымалылары бойынша көппериодты және жартылай ось бойында кеңістік айнымалысы бойынша шектелгендігі жөнінде есептің бірмәнді шешілімділігінің бір әдісінің модификациясының шарты.

– векторлық өріс бойынша дифференциалдау операторлы сызықты және квазисызықты ақырлы эредитарлы және конвективті-диффузиялы интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімінің уақыт айнымалылары бойынша көппериодты және кеңістік айнымалысы бойынша шектелгендігі жөніндегі есептің бірмәнді шешілімділігінің шарттарының көрінісі.

Докторанттың қосқан жеке үлесі. Диссертацияда келтірілген барлық нәтижелерді автор жеке өзбетінше алды. Ғылыми кеңесшілер мәселенің қойылымына және алынған нәтижелерді талқылауға үлестерін қосты.

Алынған нәтижелерді апробациялау. Диссертацияның негізгі нәтижелері келесі семинарлар мен ғылыми конференцияларда баяндалды және талқыланды:

– VIII Халықаралық ғылыми конференция "Дифференциалдық теңдеулер, анализ және алгебра мәселелері". Ақтөбе, 1 қараша, 2018;

– Халықаралық ғылыми конференция "Mathematical analysis, Differential equation and applications (MADEA 2018)". Бішкек: КТУМ, 17-23 маусым, 2018;

– ф.-м.ғ.д., профессор М.И. Рамазановтың 70 жылдығына арналған "Математика, механика және информатиканың теориялық және қолданбалы мәселелері" атты Халықаралық ғылыми конференция. Қарағанды, 12-13 маусым, 2019;

– "Eurasian Mathematical Journal" журналының шығарылғанына 10 жыл толуына арналған "Анализдің, дифференциалдық теңдеулер мен алгебраның өзекті мәселелері" (EMJ-2019) халықаралық конференциясы. Нұр-сұлтан, 16-19 қазан, 2019;

– ҚР Ғылым қызметкерлері күніне орай дәстүрлі халықаралық сәуір математикалық конференциясы. Алматы, 5-8 сәуір, 2020;

– ҚР ҰҒА академигі Т.Ш. Кальменовтың 75 жылдығына арналған Қазақстан Республикасының Ғылым қызметкерлері күніне арналған дәстүрлі халықаралық сәуір математикалық конференциясы. Алматы, 5-8 сәуір, 2021;

– IX Халықаралық ғылыми конференция "Дифференциалдық теңдеулер, анализ және алгебра мәселелері". Ақтөбе, 24-28 мамыр, 2022;

– Ғылыми семинар "Исследование задач нелинейной оптимизации систем с распределенными параметрами", Қырғыз-Ресей Славян университеті, Бішкек, Қырғыз Республикасы (семинар жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор А.Керимбеков);

– Ғылыми семинар "Качественная теория дифференциальных уравнений", Ж.Баласағұн атындағы Қырғыз ұлттық университеті (семинар жетекшілері – ф.-м.ғ.д., профессор А.Саадабаев, ф.-м.ғ.д., профессор Б.К. Темиров);

– Ғылыми семинар "Качественные и приближенные методы исследования дифференциальных уравнений", Институт математики и математического моделирования, Алматы, Қазақстан Республикасы (семинар жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор А.Т.Асанова);

– "Қолданбалы математика және информатика мәселелері" ғылыми семинары, Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті математика кафедрасы, Ақтөбе, Қазақстан (семинар жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор Ж.Сартабанов).

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша негізгі ғылыми тұжырымдар 15 ғылыми жұмыста жарияланды, оның 1-і Scopus мәліметтер қорында индекстелген ғылыми журналда, ғылыми қызметтің негізгі ғылыми нәтижелерін жариялау үшін 4 жарияланым ҚР ҒЖБМ ҒЖБССҚК ұсынған ғылыми басылымдарда, 10 жарияланым Халықаралық ғылыми конференциялар материалдарында.