

НУГАЕВА ЗАХИРА ТУРЕБАЕВНА

**ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР МЕН ГИБРИДТІК ЖҮЙЕЛЕРДІҢ
БОЛЖАНБАЙТЫН ШЕШІМДЕРІ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ НЕЙРОНДЫҚ
ЖЕЛІЛЕРДЕГІ ҚОЛДАНЫСТАРЫ**

**БД060100 – Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD)
дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның**

АННОТАЦИЯСЫ

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертация кіріспеден, үш тараудан (бірінші тарауда 3 бөлім және 4 бөлімше, үшінші тарау 3 бөлім), қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады.

Суреттер, кестелер мен әдебиеттер саны. Жұмыста 146 әдебиет, 2 кесте және 19 сурет пайдаланылды.

Кілттік сөздер. Тербелістер, болжанбайтын функция, үзілісті болжанбайтын функция, импульсті жүйе, гибридтік жүйе, B -топология, жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті дифференциалдық теңдеулер, Хопфилдтік нейрондық желілер, асимптотикалық орнықтылық.

Диссертацияның өзектілігі жаратылыстану мәселелерін шешуде дифференциалдық теңдеулер мен гибридтік жүйелердің кеңінен қолданылуымен және қазіргі ғылымның барлық саласында нейрондық желілердің пайдаланылуымен байланысты. Диссертация М. Ахмет пен М.О. Фен¹⁻³ енгізген болжанбайтын функциялардың тұжырымдамаларына негізделген. Диссертацияда импульсті жүйелер мен жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті дифференциалдық теңдеулердің болжанбайтын үзілісті және үзіліссіз, орнықты шешімдерінің бар болатындығы дәлелденеді және Хопфилдтік нейрондық желілердегі болжанбайтын тербелістер зерттеледі. Диссертацияның негізгі нәтижелерінің жоғары рецензияланған журналдарда жарияланғандығы да зерттеу тақырыбының өзектілігін көрсетеді.

Зерттеудің теориялық бастауы толығымен, А. Пуанкаре⁴ және Дж. Биркгоф⁵ негізін қалаған динамикалық жүйелер теориясында жатыр. А. Пуанкаре хаостық динамиканың негізінде Пуассон бойынша орнықты қозғалыс бар екенін анықтады. Пуассон бойынша орнықты, сондай-ақ периодты, квазипериодты және периодты дерлік функциялар арқылы дифференциалдық теңдеулер теориясының негізгі қозғалыстарын сипаттауға болады.

1 Akhmet M., Fen M.O. Unpredictable points and chaos // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2016. – Vol. 40. – P. 1-5.

2 Akhmet M., Fen M.O. Poincare chaos and unpredictable functions // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2017. – Vol. 48. – P. 85-94.

3 Akhmet M., Fen M.O. Non-autonomous equations with unpredictable solutions // Communications in Nonlinear Sciences and Numerical Simulation. – 2018. – Vol. 59. – P. 657-670.

4 Poincaré H. Les methodes nouvelles de la mecanique celeste, - Paris: Gauthier-Villars, 1892. - Vol. 1,2.

5 Birkhoff, G.D. Dynamical Systems. – USA: American Mathematical Society, 1927. – 305 p.

Рекуррентті қозғалыстар мен Пуассон бойынша орнықты нүктелер динамикалық жүйелердің сапалық теориясының негізгі элементтері болып табылады. А. Пуанкаре Пуассон бойынша орнықты нүктелерді, күн жүйесі денелері динамикасының күрделілігін сипаттаудағы негізгі элемент ретінде қарастырды. Бір ғасырдан астам уақыт өткен соң, Пуассон бойынша орнықты нүкте ұғымын дамыта отырып, М.Ахмет және М.О. Фен болжанбайтын нүкте ұғымын енгізді. Олар функционалды кеңістіктердегі рекурренттілікті оның шектік түріне жеткізді. Бұл жағдайда Пуассон бойынша орнықты функцияларға бөліну қасиеті де қосылды.

Болжанбайтын траектория міндетті түрде Пуассон бойынша оң орнықты болады, оның бір ерекшелігі-сәйкес квазиминималды жиында хаостың пайда болуында. Болжанбайтын траекторияның бар болуына негізделген хаостың түрі *Пуанкаре хаосы* деп аталды. Яғни, болжанбайтындықты дәлелдеу арқылы, бір мезгілде, сан түзуінің компактылы жиындарындағы жинақтылық топологиясымен берілген функционалды кеңістіктегі Бебутов динамикасының Пуанкаре хаосын зерттей аламыз. Бұл дифференциалдық теңдеулер көмегімен хаосты басқару мен сәйкестендіру бағытында жаңа мүмкіндіктер ашады.

Болжанбайтын нүктелер мен болжанбайтын функциялар хаос теориясын зерттеуде кеңінен қолданыла бастады. Мысалы, Пуанкаре хаосының кейбір топологиялық қасиеттерін өз зерттеулерінде Миллер⁶, Такур және Дас^{7,8} қарастырды. Бұған қоса, олар болжанбайтын нүкте мен Пуанкаре хаосының анықтамаларын ғана емес, Пуассон және бөліну тізбектеріне негізделген тәсілді де қолданды. Жақында болжанбайтын қозғалыстардың кездейсоқ процестерде де орын алатындығы дәлелденді.

Гибридтік жүйелер – бұл динамикалық жүйелер теориясындағы маңызды қолданбалы сипатқа ие ұғым. Егер қарастырылатын теңдеу дискретті және үзіліссіз динамиканы біріктірсе, онда оны *гибридтік теңдеу* деп атайды. Импульсті дифференциалдық теңдеулер мен жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті дифференциалдық теңдеулер үзіліссіз және дискретті теңдеулерді біріктіреді, демек, оларда гибридік теңдеулер болып табылады.

Импульсті дифференциалдық теңдеулер үзіліссіз процестердің қапыл үзілістері болатын табиғи құбылыстардың динамикасын сипаттайды және олар механика, медицина, нейрондық желілер мен байланыс жүйелері сияқты әртүрлі салаларда маңызды рөл атқарады. Диактың дельта-функцияларымен қоздырылған сызықты, біртекті емес жүйелердің периодты және периодты дерлік шешімдерінің бар болуын А.Халанай мен Д. Векслер⁹ зерттеді. Дегенмен, олардың қолданған тәсілі сызықтық емес жүйелер үшін айтарлықтай қиындықтар туғызды. Бұл мәселені шешудің бір тәсілі жүйеге *секіру*

6 Miller A. Unpredictable points and stronger versions of Ruelle–Takens and Auslander–Yorke chaos // *Topology and its Applications*. – 2019. - № 253. – P. 7–16.

7 Thakur R., Das R. Strongly Ruelle–Takens, strongly Auslander–Yorke and Poincaré chaos on semiflows // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. – 2020. - № 81:105018.

8 Thakur R., Das R. Sensitivity and chaos on product and on hyperspatial semiflows // *Journal of Difference Equations and Applications*. – 2021. – Vol. 27(1). – P. 1-15.

9 Halanay A., Wexler D. *Teoria calitativă a sistemelor cu impulsuri*. – Bucharest: Editura Academiei, 1968. –312 p.

операторын пайдалану болды. Зерттеуде осы тәсіл қолданылған.

Жалпыланған бөлікті-тұрақты функцияны аргумент ретінде қарастырған дифференциалдық теңдеулердің теориясын алғаш М. Ахмет¹⁰⁻¹² енгізген. Бұл нәтижелер модельдеуден ғана емес, сонымен бірге әдіснамалық жағынан да өте кең таралды, өйткені операторлар теориясы мен функционалдық анализ әдістерін зерттеуге жол ашатын эквивалентті интегралдық теңдеулер ұсынылды.

Жұмыстың жаңалығы тербелістер теориясы және нейрондық желілерді модельдеумен байланысты. Нейрондық желілер бейімделгіш үлгіні тану, көру, суретті өңдеу, ассоциативті жады, рентген және компьютерлік томография кескіндерін жақсарту үшін қолданылады. Диссертацияда қарастырылған нейрондық желілердің модельдері хаустық сигналдардың таралуын зерттеуге мүмкіндік беретін болжанбайтын қозуларға негізделген.

Зерттеудің мақсаты. М. Ахмет пен М.О. Фен енгізген әдіс пен теориялық негіздерді қолдану арқылы болжанбайтын қоздыртқылы сызықтық және квазисызықтық импульсті жүйелерді, квазисызықтық жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті дифференциалдық теңдеулерді зерттеу. Сонымен қатар Хопфилдтік нейрондық желілердегі болжанбайтын тербелістердің бар болуын зерттеу.

Зерттеудің міндеттері:

а) сызықтық және квазисызықтық импульсті жүйелердің асимптотикалық орнықты, үзілісті болжанбайтын шешімінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттарын алу;

ә) квазисызықтық жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті дифференциалдық теңдеулердің экспоненциалды орнықты болжанбайтын шешімдерінің бар және жалғыз болуын дәлелдеу;

б) Хопфилдтік нейрондық желілердегі асимптотикалық орнықты, күшті болжанбайтын үзіліссіз тербелістерінің бар болуының жеткілікті шарттарын орнату;

в) Хопфилдтік құрылымды импульсті нейрондық желілердегі үзілісті болжанбайтын тербелістердің асимптотикалық орнықтылығын зерттеу;

г) жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті Хопфилдтік нейрондық желілердегі экспоненциалды орнықты, болжанбайтын үзіліссіз тербелістерінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттарын анықтау;

ғ) теориялық нәтижелердің дұрыстығын растайтын сандық мысалдар құрып, есептеулер жүргізу және блок-схемалар құру.

Зерттеу әдістері: Диссертацияда функционалдық анализ, алгебра және дифференциалдық теңдеулер теориясының әдістері мен нәтижелері кеңінен қолданылады.

10 Akhmet M.U. On the integral manifolds of the differential equations with piecewise constant argument of generalized type // Proceedings of the Conference on Differential and Difference Equations at the Florida Institute of Technology. – 2005. – P. 11-20.

11 Akhmet M.U. On the reduction principle for differential equations with piecewise constant argument of generalized type // Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 2007. – Vol.336, №1. – P. 646-663.

12 Akhmet M.U. Stability of differential equations with piecewise constant arguments of generalized type // Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications. – 2008. – Vol.68, № 4. – P. 794-803.

Зерттеу нысаны: импульсті жүйелер, жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті дифференциалдық теңдеулер және Хопфилдтік нейрондық желілер модельдерінің болжанбайтын үзілісті және үзіліссіз тербелістері.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы. Болжанбайтын қоздыртқылы импульсті жүйелер мен жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті дифференциалдық теңдеулер алғаш рет енгізіліп зерттелген және дифференциалдық теңдеулер мен гибридтік жүйелер арқылы сипатталған Хопфилдтік нейрондық желілердің модельдері алғаш рет қарастырылған.

Жұмыстың жаңалығы:

а) сызықтық және квазисызықтық импульсті дифференциалдық теңдеулердің асимптотикалық орнықты, үзілісті болжанбайтын шешімдерінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары алынды;

ә) квазисызықтық жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті дифференциалдық теңдеулердің экспоненциалды орнықты, болжанбайтын шешімдерінің бар және жалғыз болуы дәлелденді;

б) Хопфилдтік нейрондық желілер моделінің асимптотикалық орнықты, күшті болжанбайтын үзіліссіз тербелістерінің бар болуының жеткілікті шарттары орнатылды;

в) Хопфилдтік құрылымды импульсті нейрондық желілер модельінің асимптотикалық орнықты, болжанбайтын үзілісті тербелістерінің бар болуы зерттелді;

г) жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті Хопфилдтік нейрондық желілер модельінің экспоненциалды орнықты, болжанбайтын үзіліссіз тербелістерінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары анықталды;

ғ) теориялық нәтижелердің жүзеге асырылуын растайтын сандық мысалдар, графиктер мен блок-схемалар келтірілді.

Қорғауға ұсынылатын негізгі нәтижелер:

- үзілісті болжанбайтын функция ұғымы және үзілісті болжанбайтын функцияларды құру тәсілдері;

- сызықтық импульсті жүйелердің асимптотикалық орнықты, үзілісті болжанбайтын жалғыз шешімінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары;

- квазисызықтық импульсті жүйелердің асимптотикалық орнықты, үзілісті болжанбайтын шешімінің бар және жалғыз болуының шарттары;

- квазисызықтық жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті дифференциалдық теңдеулердің экспоненциалды орнықты, болжанбайтын шешімінің бар және жалғыз болуының шарттары;

- Хопфилдтік нейрондық желілердің асимптотикалық орнықты, күшті болжанбайтын тербелістерінің бар болуының жеткілікті шарттары;

- Хопфилдтік құрылымды импульсті нейрондық желілердің асимптотикалық орнықты, үзілісті болжанбайтын тербелістерінің бар болуының жеткілікті шарттары;

- жалпыланған бөлікті-тұрақты аргументті Хопфилдтік нейрондық желілердің экспоненциалды орнықты, болжанбайтын тербелістерінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары.

Докторанттың қосқан жеке үлесі. Диссертацияда келтірілген барлық нәтижелер автордың жеке өзі немесе оның тікелей қатысуымен алынды. Қосалқы авторлар мен ғылыми кеңесшілер мәселенің қойылымына және алынған нәтижелерді талқылауға ғана үлестерін қосты.

Алынған нәтижелерді апробациялау. Диссертацияның негізгі нәтижелері келесі семинарлар мен конференцияларда баяндалды және талқыланды:

- ҚР БҒМ ҒК Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты «Информатика және қолданбалы математика» атты V– Халықаралық ғылыми конференция (Алматы, Қазақстан, 29 қыркүйек – 01 қазан, 2020ж.);
- Инженериядағы қолданбалы математика және жасанды интеллект бойынша халықаралық конференция «International Conference on Artificial Intelligence and Applied Mathematics in Engineering (ICAIAME 2020)» (Анталия, Түркия, 9 – 10 қазан, 202ж.);
- Дәстүрлі халықаралық сәуір ғылыми конференциясы. Математика және математикалық модельдеу институты (Алматы, Қазақстан, 5-8 сәуір, 2021ж.);
- «Қолданбалы математика және информатика мәселелері» ғылыми семинары, Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті математика кафедрасы, Ақтөбе, Қазақстан (семинар жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор Ж.Сартабанов).

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша негізгі ғылыми тұжырымдар 7 ғылыми жұмыста жарияланды, оның 3-і Scopus мәліметтер қорында индекстелген журналдарда, 1 жұмыс ҚР БҒМ БҒССҚК ұсынған рецензияланатын отандық басылымда, 3 жұмыс Қазақстанда және алыс шет елдерде өткізілген Халықаралық ғылыми конференциялар материалдарында, оның ішінде 1 жұмыс Scopus деректер базасында индекстелетін шетелдік конференция материалында жарияланды.

Барлық нәтижелер Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің жаратылыстану ғылымдары саласындағы іргелі зерттеулер бойынша гранттық зерттеу жобалары аясында орындалып, ғылыми журналдар мен конференция жинақтарында жарияланды (№ AP08955400, № AP08856170 және № AP09258737).