ТОКМУРЗИН ЖАНИБЕК СЫРЛЫБАЕВИЧ

ТӨРТІНШІ РЕТТІ ДЕРБЕС ТУЫНДЫЛЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ҮШІН БАСТАПҚЫ-ШЕТТІК ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ ӘДІСТЕРІ

6D060100 — Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алуға ұсынылған диссертацияның

АННОТАЦИЯСЫ

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, үш тараудан (бірінші тарау 5 ішкі тараудан, екінші және үшінші тараулар 3 ішкі тараудан), қорытындыдан, пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады.

Түйін сөздер. Төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер, бастапқы-шеттік есептер, периодты есеп, қоснүктелік есеп, бейлокалды көпнүктелік есеп, Гурса тектес есеп, псевдо-гиперболалық теңдеулер жүйесі, функционалдық параметрлеу әдісі, алгоритм.

Тақырыптың өзектілігі. Қазіргі уақытта әралуан физикалық, химиялық, биологиялық үдерістердің математикалық моделі ретінде қолданыстарды жиі сипаттауға байланысты математикалық физика есептеріне көп көңіл бөлінеді. Осы есептер теориясы үлкен қолданбалы маңызымен бірге классикалық математикалық физикада дамып келе жатқан жаңа теория болып саналады. Мұндай есептердің маңызды кластарының бірі – төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы-шеттік есептер болып табылады. Диссертациялық жұмыс екі айнымалылы төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы-шеттік есептердің шешімділігі мен шешімді табу тәсілдеріне арналған. Төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің басты үш класы үшін Гурса тектес, периодты, қоснүктелік және көпнүктелік шеттік есептер зерттелген. Классикалық шешімінің болуы мен жалғыздық шарттары, шешімді табу жолдары қарастырылды. Қарастырылып отырған есептердің бірмәнді шешілімділігі шарттары теңдеу коэффициенттері мен шекаралық матрицалар терминдерінде тағайындалды. Шешімді табу алгоритмдері құрылып, жинақтылық шарттары орнатылған.

Зерттеу мақсаты екі тәуелсіз айнымалылы төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы-шеттік, периодты, бейлокалды есептерді зерттеу және шешу әдістерін құру.

Зерттеу объектісі екі тәуелсіз айнымалылы төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы-шеттік есептер болып саналады.

Зерттеу әдістері. Диссертациялық жұмыста екі айнымалылы төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы-шеттік және бейлокалды есептерді шешу әдістері–қосымша функцияларды енгізу, біртіндеп жуықтау, функционалдық параметрлеу және Д.С.Жұмабаевтың параметрлеу әдістері қолданылды.

Жұмыстың ғылыми жаңалығы және практикалық құндылығы. Диссертациялық жұмыста

a) төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі зерттелген;
b) төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін бастапқы-шеттік есептерді шешудің бірыңғай әдісі қолданылған;
c) бастапқы берілгендер терминінде бірмәнді шешілімділік шарттары анықталған;
d) шешімдерді іздеу алгоритмдері ұсынылған және жинақтылығы тағайындалған.

Диссертацияның нәтижелері негізінен теориялық сипатқа ие. Жұмыстың ғылыми маңыздылығы төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін есептерді зерттеудің және шешудің конструктивті әдісінің тұрғызылғандығы деп айтуға болады. Жұмыста алынған нәтижелер жоғарғы ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерді шешу кезінде, сондай-ақ университеттердің математикалық факультеттерінде элективті курстарды оқу кезінде қолданылуы мүмкін.

Диссертацияның қорғауға ұсынылатын нәтижелер.

Қорғауға ұсынылады:

- Төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйелері үшін бастапқы-шеттік есептердің шешу әдістері;
- Төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі үш негізгі класындағы шеттік (Гурса тектес, периодты, қоснүктелік және көпнүктелік) есептер шешімдері;
- Қарастырылып отырған есептердің классикалық шешімінің бар болуы мен жалғыздық шарттары;
- Шешімдерді іздеу алгоритмдері және олардың жинақтылық шарттары.

Докторанттың қосқан жеке үлесі. Диссертацияда келтірілген барлық нәтижелер автордың жеке өзі немесе оның тікелей қатысуымен алынды. Ғылыми кеңесшілер есептің қойылымына және алынған нәтижелерді талқылауға үлестерін қосты.

Жарияланымдар. Диссертацияның негізгі нәтижелері 13 жұмыста жарияланды, оның ішінде 3 мақала ҚР БҒМ БҒССҚК ұсынған басылымдарда, 3 мақала Scopus деректер қорына енетін журналда, қалғандары халықаралық ғылыми конференциялар материалдарында жарияланды.

Диссертациялық жұмыстағы нәтижелер Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Ғылым комитетінің жаратылыстану ғылымдары саласындағы іргелі зерттеулерді гранттық қаржыландыру бағдарламасының "Жоғары ретті дербес туындылы теңдеулер үшін бастапқы-шеттік есептерді шешу әдістері және олардың қолданыстары" ғылыми жобасының шеңберінде орындалды (№ АР 05131220, 2018-2020 жылдар).

Жұмыстың қысқаша мазмұны

Бірінші тарауда $\Omega = [0,T] \times [0,\omega]$ облысында

$$\frac{\partial^4 u}{\partial t \partial x^3} = A_1(t,x)\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + A_2(t,x)\frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} + A_3(t,x)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A_4(t,x)\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + \\ + A_5(t,x)\frac{\partial u}{\partial x} + A_6(t,x)\frac{\partial u}{\partial t} + A_7(t,x)u + f(t,x), \qquad \text{(I)}$$

төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі қарастырылды. Мұндағы $u(t,x) = col(u_1(t,x),\ u_2(t,x), \dots, u_n(t,x))$ белгісіз вектор-функция, $A_i(t,x)$– $n \times n$-матрицалары, $i = \overline{1,7}$, және $f(t,x)$– n-вектор-функциясы Ω облысында үзіліссіз.

Бірінші ішкітарауда (I) теңдеулер жүйесі үшін

$$u(t,0) = \psi_1(t), \quad t \in [0,T] \qquad (1)$$

$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = \psi_2(t), \quad t \in [0,T] \qquad (2)$$

$$\left.\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}\right|_{x=0} = \psi_3(t), \quad t \in [0,T] \qquad (3)$$

$$u(0,x) = \varphi(x), \ \ x \in [0,\omega] \qquad (4)$$

(1)-(4) шеттік шарттармен бірге Гурса тектес есебін жаңа функцияларды енгізіп, берілген есептің ретін төмендетіп бастапқы-шеттік шарттарын түрлендіріп, екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін Гурса тектес есебіне және интегралдық қатынастарға келтіріледі. Бастапқы берілген шарттарды ескеріп, біртіндеп жуықтау әдісін қолданып екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін Гурса есебінің шешімін табу алгоритмі құрылды. Гурса есебінің шешімін интегралдық қатынастарға пайдаланып, бастапқы берілген есептің шешімі анықталады. Жуық шешімдердің нақты шешімге жинақтылығы мен оның жалғыздығы туралы теоремалар дәлелденді.

Екінші ішкітарауда (I) теңдеулер жүйесі үшін

$$u(t,0) = \psi_1(t), \quad t \in [0,T] \qquad (5)$$

$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = \psi_2(t), \quad t \in [0,T] \qquad (6)$$

$$\left.\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}\right|_{x=0} = \psi_3(t), \quad t \in [0,T] \tag{7}$$
$$u(0,x) = u(T,x), \ \ x \in [0,\omega] \tag{8}$$

(5)-(8) шарттары бар периодты есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы қарастырылды.

Екі мәрте ауыстыру жасалды. Бірінші ауыстыруда берілген есепке пара-пар екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін периодты есебіне және интегралдық қатынастарға келтірілді. Екінші мәрте ауыстыру жасап, бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін периодты есепке және интегралдық қатынастарға келтіріледі. Бастапқы берілген шарттарды ескеріп бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін периодты есебінің шешімі айқын түрде көрсетілді. Шарттарды қолданып бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін периодты есебінің шешімі біртіндеп жуықтау әдісімен анықталды. Табылған шешімдердің көмегімен интегралдық қатынастар арқылы бастапқы берілген есептің шешімі табылды. Жуық шешімдердің дәл шешімге жинақтылығы мен оның жалғыздығы туралы теоремалар орнатылып дәлелденді.

Үшінші ішкітарауда (I) теңдеулер жүйесі үшін

$$\frac{\partial^3 u(0,\ x)}{\partial x^3} = K(x)\frac{\partial^3 u(T,x)}{\partial x^3} + \varphi(x), \quad x \in [0,\omega] \tag{9}$$
$$u(t,0) = \psi_0(t), \quad t \in [0,T] \tag{10}$$
$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = \psi_1(t), \quad t \in [0,T] \tag{11}$$
$$\left.\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}\right|_{x=0} = \psi_2(t), \quad t \in [0,T] \tag{12}$$

(9)-(12) шартты бастапқы-периодты есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы зерттелді. Зерттеу барысында бастапқы есепте белгісіз функциялармен ауыстыру жасап пара-пар екінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы-шеттік есепке көшеді. Біртіндеп жуықтау әдісінің көмегімен осы есептің шешімі және интегралдық қатынастары табылды. Екінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы-шеттік есептің жуық шешімдерінің жинақтылығы мен оның жалғыздығы туралы теоремаларды Д.С.Жұмабаевтің параметрлеу әдісімен дәлелденді. $K(x) = I$ және $\varphi(x) = 0$ болғандағы дербес жағдайын да қарастырып, шешімнің бар болуы мен жалғыздығы туралы теорема келтірілді.

Төртінші ішкітарауда (I) теңдеулер жүйесі үшін

$$u(t,0) = \psi_1(t), \quad t \in [0,T], \tag{13}$$
$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = \psi_2(t), \quad t \in [0,T], \tag{14}$$

$$\left.\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}\right|_{x=0} = \psi_3(t), \quad t \in [0,T], \tag{15}$$

$$P(x)u(0,x) + S(x)u(T,x) = \varphi(x), \quad x \in [0,\omega], \tag{16}$$

(13)-(16) шартты қоснүктелі есебі шешімін табу үшін белгісіз функцияларды енгізіп, берілген есепке пара-пар екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін қоснүктелі бастапқы-шеттік есебіне және интегралдық қатынастарға келтірілді. Екінші мәрте ауыстыру жасап бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін қоснүктелі есебін және интегралдық қатынастарға көшеді. Бастапқы берілген шарттарды ескеріп, бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін қоснүктелі есебінің шешімі айқын түрде көрсетілді. Берілген шарттарды пайдаланып бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін қоснүктелі есебінің шешімі біртіндеп жуықтау әдісімен анықталды. Табылған шешімдердің көмегімен интегралдық қатынастар арқылы бастапқы берілген есептің шешімі де анықталды. Шешімнің жинақтылығы мен жалғыздығы туралы теоремалар орнатылып дәлелденді.

Бесінші ішкітарауда (I) теңдеулер жүйесі үшін

$$\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{3} M_{ij}(x)\frac{\partial^i u\left(t_j,x\right)}{\partial x^i} = \varphi(x), \quad x \in [0,\omega], \tag{17}$$

$$u(t,0) = \psi_0(t), \qquad \left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = \psi_1(t), \qquad \left.\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}\right|_{x=0} = \psi_2(t), \tag{18}$$

(17)-(18) шартты көпнүктелі есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы қарастырылды. Белгісіз функцияны енгізіп төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін көпнүктелі бейлокалды есебі пара-пар бірінші ретті дербес туындылы интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін көпнүктелі есебіне және интегралдық қатынастарға келтірілді. Осы есептің шешімін айқын түрде жазу үшін бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулердің шешімін пайдаланылды. Бірінші ретті дербес туындылы интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін көпнүктелі есебінің шешімін табу үшін біртіндеп жуықтау әдісін қолданылды. Жуық шешімдердің жинақтылығы мен оның жалғыздығын тұжырымдайтын теоремалар келтіріліп, теореманың шарттарының орындалатындығын дәлелдеуге Гронуолл-Беллман жалпылама теңсіздігі қолданылды.

Екінші тарауда $\Omega = [0,T] \times [0,\omega]$ облысында

$$\frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} = A_1(t,x)\frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} + A_2(t,x)\frac{\partial^3 u}{\partial t^2 \partial x} + A_3(t,x)\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + A_4(t,x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} +$$

$$+A_5(t,x)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A_6(t,x)\frac{\partial u}{\partial t} + A_7(t,x)\frac{\partial u}{\partial x} + A_8(t,x)u + f(t,x), \tag{II}$$

төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі қарастырылды. Мұндағы $u(t,x) = col(u_1(t,x),\ u_2(t,x), \dots, u_n(t,x))$ белгісіз вектор-функция, $A_i(t,x)$–$n \times n$-матрицалары, $i = \overline{1,8}$, және $f(t,x)$– n-вектор-фунциясы Ω облысында үзіліссіз.

Бірінші ішкітарауда (II) теңдеулер жүйесі үшін

$$u(t,0) = \psi_1(t), \quad t\epsilon[0,T], \tag{19}$$
$$u(0,x) = \varphi_1(x), \quad x\epsilon[0,\omega], \tag{20}$$
$$\left.\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x \partial t}\right|_{x=0} = \psi_2(t), \quad t\epsilon[0,T], \tag{21}$$
$$\left.\frac{\partial^3 u(t,x)}{\partial t \partial x^2}\right|_{t=0} = \varphi_2(x), \quad x\epsilon[0,\omega], \tag{22}$$

(19)-(22) шартты Гурса есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы зерттелді. Зерттеу барысында, бастапқы берілген есепке жаңа белгісіз функцияларды енгізіп пара-пар екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін Гурса тектес есебіне және интегралдық қатынастарға келтірілді. Бастапқы берілген шарттарды ескеріп біртіндеп жуықтау әдісін қолданып Гурса есебінің шешімі анықталды. Гурса есебінің шешімін интегралдық қатынастарға қойып бастапқы берілген есептің шешімі алынды. Жуық шешімдердің жинақтылығы мен оның жалғыздығы туралы теоремалар дәлелденді.

Екінші ішкітарауда

$$A_1(t,x) = A_2(t,x) = A_6(t,x) = A_7(t,x) = A_8(t,x) = 0$$

болғанда (II) теңдеулер жүйесі үшін

$$u(0,x) = \varphi(x), \quad x \in [0,\omega], \tag{23}$$
$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}\right|_{t=0} = \left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}\right|_{t=T}, \quad x \in [0,\omega], \tag{24}$$
$$u(t,0) = \psi_1(t), \qquad t \in [0,T], \tag{25}$$
$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = \psi_2(t), \qquad t \in [0,T], \tag{26}$$

(23)-(26) шартты бастапқы периодты есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы зерттелді. Осы мақсатта жаңа функцияларды енгізіп, берілген есеп пара-пар екінші ретті дербес туындылы интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін периодты есебіне және интегралдық қатынастарға келтірілді. Периодтық шартты ескеріп және функционалдық параметрді енгізіп, қарастырылып отырған есеп екі бөліктен тұратын есептерге көшеді. Бір бөлігі гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін Гурса есебі болса, екінші бөлігі дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебі болады. Бастапқы шарттарды ескеріп, біртіндеп жуықтау әдісін қолданып екі есепті кезек шығару арқылы жуық шешімдерін аламыз. Берілген есептің жуық шешімдерінің жинақтылығы мен оның жалғыздығы туралы теоремалар дәлелденді.

Үшінші ішкітарауда

$$A_1(t,x) = A_2(t,x) = A_3(t,x) = A_6(t,x) = A_7(t,x) = 0$$

болғанда (ІІ) теңдеулер жүйесі үшін

$$u(0,x) = \varphi_1(t), \qquad x \in [0,\omega], \tag{27}$$

$$\sum_{i=0}^{m} \left\{ P_i(x) \frac{\partial^2 u(t_j,x)}{\partial x^2} + S_i(x) \frac{\partial^2 u(t_j,x)}{\partial t^2} \right\} \Bigg|_{t=t_i} = \varphi_2(x), \quad x \in [0,\omega], \tag{28}$$

$$u(t,0) = \psi_1(t), \ \ t \in [0,T], \tag{29}$$

$$\left. \frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x \partial t} \right|_{x=0} = \psi_2(t), \qquad t \in [0,T], \tag{30}$$

(27)-(30) шартты бастапқы-шеттік есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы қарастырылды. Ол үшін қарастырылып отырған есепке белгісіз функцияны енгізіп пара-пар екінші ретті интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін бейлокал шеттік есебіне және интегралдық қатынастарға келтірілді. Функционалдық параметр енгізіп гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін Гурса тектес есебіне және дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебі болатын екі есепке келтірілді. Бастапқы шарттарды ескеріп, біртіндеп жуықтау әдісін қолданып екі есепті кезекпен шығарып жуық шешімдері табылады. Берілген есептің жуық шешімдердің жинақтылығы мен оның жалғыздығы туралы теоремалар дәлелденді. Осы есепке мысал құрастырылып, шешімінің жалғыздығы туралы теореманың шарттарының орындалатыны анықталып, шешімі айқын түрде көрсетілді.

Үшінші тарауда $\Omega = [0,T] \times [0,\omega]$ облысында

$$\frac{\partial^4 u}{\partial t^3 \partial x} = A_1(t,x)\frac{\partial^3 u}{\partial t^2 \partial x} + A_2(t,x)\frac{\partial^3 u}{\partial t^3} + A_3(t,x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + A_4(t,x)\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} +$$
$$+ A_5(t,x)\frac{\partial u}{\partial t} + A_6(t,x)\frac{\partial u}{\partial x} + A_7(t,x)u + f(t,x), \tag{III}$$

төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі қарастырылды. Мұндағы $u(t,x) = col(u_1(t,x),\ u_2(t,x), \dots, u_n(t,x))$ белгісіз вектор-функция; $A_s(t,x)$, $(s = \overline{1,7}), n \times n$-матрицалары және $f(t,x)-$ n-вектор-функциясы Ω облысында үзіліссіз.

Бірінші ішкітарауда (ІІІ) теңдеулер жүйесі үшін

$$\sum_{j=1}^{m}\left\{\sum_{i=1}^{3}\left[P_{i,j}(x)\frac{\partial^i u(t_j,x)}{\partial t^{i-1}\partial x}+S_{i,j}(x)\frac{\partial^i u(t_j,x)}{\partial t^i}\right]+\right.$$

$$\left.+L_j(x)u(t,x)\right\}\Big|_{t=t_j}=\varphi_1(x), \tag{31}$$

$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}\right|_{t=0}=\varphi_2(x),\qquad u(0,x)=\varphi_3(x),\qquad x\in[0,\omega], \tag{32}$$

$$u(t,0)=\psi(t),\qquad t\in[0,T] \tag{33}$$

(31)-(33) шартты бастапқы-шеттік есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы зерттелді. Оның шешімін табу үшін жаңа белгісіз функция енгізіп, бастапқы берілген есеп пара-пар екінші ретті дербес туындылы интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін бастапқы-шеттік есебіне және интегралдық қатынастарға келтірілді. Функционалдық параметр енгізіп, соңғы есепті Гурса есебіне және интегралдық теңдеулерге келтірілді. Гурса есебі үш интегралдық теңдеулер жүйесіне пара-пар. Бастапқы берілгендерді пайдаланып, біртіндеп жуықтау әдісімен сәйкес есептердің жуық шешімдерінің жинақтылығы мен оның жалғыздығы орнатылды. Зерттелген есептің шешімінің бар болуы және бірмәнді шешілімділігі теоремалар түрінде тұжырымдалып дәлелденді.

Екінші ішкітарауда (III) теңдеулер жүйесі үшін

$$u(0,x)=\varphi_1(x),\ \ x\in[0,\omega], \tag{34}$$

$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}\right|_{t=0}=\varphi_2(x),\qquad x\in[0,\omega], \tag{35}$$

$$\left.\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}\right|_{t=0}=\varphi_3(t),\qquad x\in[0,\omega], \tag{36}$$

$$\sum_{j=0}^{m}P_j(t)\left.\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}\right|_{x=x_j}=\psi(t),\qquad t\in[0,T] \tag{37}$$

(34)-(37) шартты бастапқы көпнүктелік есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы қарастырылды. Оның шешімін анықтау үшін жаңа белгісіз функцияларды енгізіп, бастапқы берілген есепті пара-пар екінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін көпнүктелі шеттік есебіне және интегралдық қатынастарға келтірілді. Тағы да ауыстыру жасап, бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін көпнүктелі есебі мен интегралдық қатынастарға көшеді. Бастапқы шарттарды ескеріп, бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін көпнүктелі есебінің шешімі көрсетілді. Бастапқы шарттарды қолданып бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін көпнүктелі есебінің шешімі біртіндеп жуықтау әдісімен анықталады. Анықталған шешімдердің көмегімен интегралдық қатынастар арқылы бастапқы берілген есептің шешімін табылады.

Жуық шешімдердің жинақтылығы мен оның жалғыздығы туралы теоремалар дәлелденді.

Үшінші тақырыпта (III) теңдеулер жүйесі үшін

$$u(0,x) = \varphi_1(x), \;\; x \in [0,\omega], \tag{38}$$

$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}\right|_{t=0} = \varphi_2(x), \qquad x \in [0,\omega], \tag{39}$$

$$\left.\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}\right|_{t=0} = \left.\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}\right|_{t=T}, \qquad x \in [0,\omega], \tag{40}$$

$$u(t,0) = \psi(t), \;\; t \in [0,T] \tag{41}$$

(38)-(41) шартты бар жартылай периодты есебінің шешімінің бар болуы мен жалғыздығы зерттелді. Бастапқы берілген есепті белгісіз функция енгізіп, екінші ретті дербес туындылы интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін бастапқы-шеттік есебіне және интегралдық қатынастарға келтірілді. Функционалдық параметр енгізіп, соңғы есепті Гурса есебіне және интегралдық теңдеулерге келтірілді. Гурса есебі үш интегралдық теңдеулер жүйесіне пара-пар. Периодты шарт пен Д.С.Жұмабаевтің параметрлеу әдісін қолданып, гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар Гурса есебінің және параметрі бар дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебінің шешімдері болатыны көрсетілді. Шешімдерді табу алгоритмін қолданып Гурса есебі мен Коши есептерін жуық шешімдері анықталды. Жуық шешімдердің жинақтылығы мен оның жалғыздығы туралы теоремалар дәлелденді.

Сонымен, диссертациялық жұмыста келесі жаңа ғылыми нәтижелер алынды: төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің қарастырылған үш класы үшін бастапқы-шеттік есептерді зерттеудің конструктивті әдісі ұсынылған, соның негізінде есептердің бірмәнді шешілімділік шарттары орнатылған. Қарастырылған есептердің жуық шешімдерін табу жолдары келтірілген және құрылған алгоритмдердің жинақтылық шарттары табылған. Зерттелген есептер екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйелері үшін бейлокалды шеттік есеп пен функционалдық қатынастарға келтірілді. Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйелері үшін бейлокалды шеттік есептердің бірмәнді шешілімділігі шарттары көмегімен бастапқы есептің бірмәнді шешілімділігі шарттары тағайындалған. Шешімді табу алгоритмдерінің жинақтылығы шарттары бірмезгілде қарастырған есептердің бірмәнді шешілімділігінің шарттарын береді.

Ұсынылып отырған зерттеу әдісін және тағайындалған нәтижелерді жоғары ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйелері үшін бастапқы-шеттік есептерге, классикалық емес дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерге қолдануға болады. Оған қоса, орнатылған тұжырымдарды төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулердің (I), (II), (III) кластары үшін әртүрлі бастапқы-шеттік, бейлокал есептерді зерттеу барысында қолдануға болады.