

ОТЗЫВ

зарубежного научного консультанта на диссертацию
Жумагазиева Амире Халиулы на тему «Многопериодические решения систем
уравнений с различными операторами дифференцирования»,
представленной на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности 6D060100-Математика

Общеизвестно, что многие процессы прикладного характера описываются в виде векторных дифференциальных уравнений в частных производных, где их главные части Dx представляются в виде квазилинейной формы с матричными коэффициентами A_k

$$Dx = \frac{\partial x}{\partial \tau} + \sum_{k=1}^m A_k(\tau, t) \frac{\partial x}{\partial t_k},$$

определенными в некоторой области независимых переменных $(\tau, t) = (\tau, t_1, \dots, t_m)$ и искомой векторной функции $x = (x_1, \dots, x_n)$.

В частности, нелинейная система уравнений Эйлера по динамике жидкостей телеграфное уравнение и уравнение конвективной диффузии можно представить в виде векторно-матричного уравнения

$$Dx = B(\tau, t)x + f(\tau, t, x) \quad (1)$$

с заданными матрицами A_k , B и вектор-функцией f .

Общие вопросы систем вида (1) в аналитическом случае исследованы С.В.Кавалевской методом мажорации.

В гладком случае при $m=1$ И.Г.Петровский предложил исследование задач для линейных систем вида (1) путем приведения их к каноническому виду.

Независимые переменные $(t_1, \dots, t_m) = t$ можно рассматривать как временными, так и пространственными. Но независимо от этого периодичность решений $x = x(\tau, t)$ систем (1) с оператором дифференцирования D имеет важное значение в теории нелинейных колебаний, связанных с фундаментальными трудами научных школ Андронова-Хайкина, Боголюбова-Митропольского-Самойленко, Колмогорова-Арнольда, Зигеля-Мозера, Харасакхала-Умбетжанова и др.

Заметим, что при $m > 1$ общие вопросы, связанные с начальными и краевыми задачами для систем вида (1) с оператором дифференцирования D относятся к малоизученному разделу теории уравнений в частных производных. До настоящего времени не было общего подхода к изучению этих вопросов. А вопросы периодических по всем независимым переменным решений были исследованы весьма в частном диагонально-блочном случае, когда $n \times n$ -матрицы и таковы, что система (1) относительно имеет вид

$$\begin{cases} D'y = B'y + \varphi(\tau, t, y, z), & D' = \frac{\partial}{\partial \tau} + \sum_{k=1}^m \lambda_k' \frac{\partial}{\partial t_k}, \\ D''z = B''z + \psi(\tau, t, y, z), & D'' = \frac{\partial}{\partial \tau} + \sum_{k=1}^m \lambda_k'' \frac{\partial}{\partial t_k}, \end{cases}$$

где $B = \text{diag}[B', B'']$, $f = (\varphi, \psi)$ и $D = (D', D'')$ состоит из двух разных операторов дифференцирования указанных видов.

Перед диссертантом была поставлена цель о разработке методов исследования начальной задачи для узкогиперболических систем вида (1) с оператором D , путем

приведения их к каноническому виду и об изучении задачи существования и построения многопериодических их решений.

В диссертационном исследовании соискателем получены следующие новые результаты:

– Предложен метод последовательного приведения оператора дифференцирования к каноническому виду на основе постепенного перехода от переменной к ее характеристике. Этот метод редуктивного приведения имеет важное значение в теории характеристик уравнений в частных производных первого порядка.

– В случае систем (1) с двумя разными операторами условие о диагонально-блочности матрицы $B = \text{diag}[B', B'']$ является серьезным ограничением по исследованию поставленных задач. В диссертации это ограничение снимается и исследование задач проводится в общем случае, но с применением блочного деления. Этот метод блочных подсистем можно распространить также на случаи трех и более различных операторов дифференцирования.

– В узкогиперболическом случае системы (1) диссертантом при исследовании поставленных задач разработан метод дополнительных переменных и проекторов перевода их на соответствующие идентичные переменные. На основе этого метода реализуется идея метода характеристик Коши для решения начальной задачи.

– На основе разработанных этих трех методов: а) метода редуктивного приведения оператора дифференцирования к каноническому виду, б) метода блочных подсистем для случая двух операторов дифференцирования и в) метода дополнительных переменных и проекторов их перевода *установлены* достаточные условия однозначной разрешимости начальной задачи для линейных уравнений видов $Dx = 0$, $Dx = Bx$, $Dx = Bx + f(\tau, t)$ и для квазилинейных уравнений вида (1).

– Получены достаточные условия существования и единственности многопериодических решений вышеперечисленных линейных и квазилинейных уравнений с различными операторами дифференцирования, соответствующим узкогиперболическому случаю.

Считаю, что диссертация Жумагазиева Амуре Халиулы на тему "Многопериодические решения систем уравнений с различными операторами дифференцирования" соответствует всем требованиям предъявляемым к ней «Правила присуждения степени PhD», а его автор А.Х. Жумагазиев достоин присвоения ему степени доктора философии PhD по специальности 6D0601-Математика.

Зарубежный научный консультант,
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры математики и статистики
БГПУ им. М.Акмуллы



Султанаев Я.Т.