

Жайлан Салаватовна Туткушеваның «6D060100-Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындаған «Бірнеше айнымалысы бар тегіс функциялардың глобалдық минимумдарын жоғары дәлдікпен анықтау» атты диссертациялық жұмысына

П І К І Р

Диссертациялық жұмыс үзіліссіз функциялардың глобалдық экстремумдарын анықтауға арналған.

Қазіргі күні қолданбалы және есептеу математикасының ең өзекті мәселелерінің бірі глобалдық оптималдау болып табылады. Жұмыстың өзектілігі – ғылым мен техниканың, халық шаруашылығының әр қилы салаларында глобалдық оптималдау мәселелеріне сұраныстың артуымен, әмбебап әдістерінің тапшылығымен анықталады.

Диссертациялық жұмыста $F(x)$ көпайнымалылы үзіліссіз функцияның глобалдық экстремумын Q берілген кубында анықтаудың тиімді және үнемді әдісі қарастырылған және «көмекші функция» идеясына негізделген алгоритм ұсынылған. Еселі интегралдың көмегімен бастапқы мақсаттық функцияны түрлендіру арқылы бір айнымалылы көмекші функция (1) құрылған.

$$g_m(F, \alpha) = \int_Q [|F(x) - \alpha| - F(x) + \alpha]^m dx, \quad m \in N, m > 1. \quad (1)$$

(1) көмекші функцияны есептеу үшін Соболевтің «тұрақты шекаралық қабаты бар» кубтық формулалары негізге алынған.

n нақты айнымалыдан тәуелді тегіс $\varphi(x)$ функциясының Ω облысында

$$I(\varphi) = \int_{\Omega} \varphi(x) dx$$

интегралының жуық мәнін С.Л. Соболевтің «тұрақты шекаралық қабаты бар» кубтық формулалары көмегімен есептеу үшін, $I(\varphi)$ интегралының жуық мәні $\varphi(x)$ функциясының $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(N)}$ нүктелердегі мәндерінің сызықтық комбинациясы түрінде ізделген:

$$K_N(\varphi(x)) = h^n \sum_{s=1}^N C_s \varphi(x^{(s)}), \quad (2)$$

мұндағы: N – функцияның анықталу жиынын x векторының әр компонентасы бойынша бөлетін интервалдар саны, $x^{(s)}$ – соболевтік кубтық формуланың түйіндері, h – қадам өлшемі, C_s – шекаралық коэффициенттері.

Негізгі мәселе – N шексіздікке ұмтылғанда, $I(\varphi)$ интегралы $K_N(\varphi(x))$ мәніне жылдам жуықтайтындай $\{C_s\}$ коэффициенттерін анықтау. Диссертациялық жұмыста $\{C_s\}$ шекаралық коэффициенттері нақты есептелген, олар (2) формуласына қойылып, (1) функциясының жуық мәндері есептелді.

Диссертациялық жұмыста (1) көмекші функцияның негізгі қасиеттері: бірқалыпты үзіліссіздігі, дифференциалдануы, дөңестігі, монотонды өспелі болуы, терісеместігі айқындалып дәлелденген.

Мақсатты функцияның локалды минимумдар санына, айнымалылар санына қарамастан, алынатын көмекші функция бір ғана α параметріне тәуелді, бірқалыпты үзіліссіз, туындылары табылатын, дөңес, теріс емес, өспелі болады.

Көп айнымалылы үзіліссіз функцияның глобалдық минимумының қажетті және жеткілікті оптималдық шарттары алынды және дәлелденді. Алынған шарттар мақсаттық функцияның глобалдық минимумын табу есебінен көмекші функцияның «ең үлкен нөлін» табу есебіне өтуге әкелді.

$$\text{glob min}_E F = \hat{\alpha}, \quad (3)$$

мұндағы $\hat{\alpha}$ – көмекші функцияның «ең үлкен нөлі», F – мақсаттық функция
(3) – негізгі нәтиже болып табылады. Ендігі мәселе көмекші функцияның «ең үлкен нөлін» анықтау.

Бес түрлі белгілі сандық әдістер көмекші функцияның «ең үлкен нөлін» табу үшін бейімделген. Қаралған әдістер: қақ бөлу әдісі, алтын қима әдісі, Ньютон (жанамалар) әдісі, градиентпен түсу әдісі, Вегстейн әдісі. Аталған сандық әдістердің бейімделген нұсқаларына салыстырмалы талдау жасалған.

Аталған мәселелерді шешуде докторант айтарлықтай нәтижелерге қол жеткізді:

а) көп айнымалылы үзіліссіз мақсаттық функцияның глобалдық минимумын табуға арналған жаңа глобалдық оптималдау әдісі құрылды және оның жинақтылығы дәлелденді;

ә) бірнеше айнымалылы үзіліссіз мақсаттық функцияның глобалдық минимумның координаталарын табу алгоритмі құрылды;

б) интегралдық түрдегі көмекші функция мәндерін тұрақты шекаралық қабаты бар соболевтік кубтық формулаларды қолданып есептеуге келтірді;

в) «көмекші функцияның» маңызды қасиеттері (терісеместігі, қатаң дөңестігі, бірқалыпты үзіліссіздігі, дифференциалданатындығы және т.б.) анықталып зерттелді;

г) глобалдық минимумның қажетті және жеткілікті шарттары алынды;

ғ) көмекші функцияның ең үлкен нөлін табу үшін белгілі сандық әдістерді бейімделді және оларға талдау жасалды;

д) C++ программалау ортасында бірнеше айнымалылы көпэкстремалды мақсаттық функциялардың глобалдық минимумдарын табу үшін құрылған, жаңа әдістің негізінде шешілетін мәселелердің нақты мысалдары қарастырылды.

Диссертациялық жұмыстың ғылыми нәтижелері теоремалар, леммалар түрінде тұжырымдалды. Нәтижелері жоғары рецензияланған журналдарда жарияланған.

Ж.С. Туткушева диссертациялық жұмыс нәтижелері бойынша көптеген конференциялар мен семинарларда баяндама жасады.

Жоғарыда аталған мәселелерді зерттеу барысында докторант глобалдық оптималдау әдістерін жан-жақты зерттеп, тиімді әдіс құру мақсатында біршама жаңа нәтижелерге қол жеткізді: үзіліссіз функцияның глобалдық минимумын және оны қабылдайтын нүктесін анықтау үшін арнайы көмекші функция арқылы үнемді әдіс құрылды, көмекші функцияның қасиеттері анықталып дәлелденді, глобалды минимумның қажетті және жеткілікті шарттары алынды, қарастырылған әдістің жинақтылығы дәлелденді, әдістің алгоритмі сипатталды. Сонымен қатар, диссертант алған теориялық нәтижелерді C++ бағдарламалық ортасында әр түрлі қиындық туғызатын (көпэкстремалдылы, көпайнымалылы, еңкейген жарты тордың төменгі бөлігі тәріздес беттер, «мұздықтар» пішінді қосымшалары бар негізгі бөлігі жазық болып келетін беттер және т.б.) тесттік функцияларды тәжірибеден өткізуінің маңызы зор.

Диссертацияда келтірілген барлық нәтижелер Ж.С. Туткушеваға тиесілі. Біз, ғылыми кеңесшілер, мәселенің қойылуына, алынған нәтижелерді талқылауға ғана үлестерімізді қостық.

Туткушева Жайлан Салаватовнанның «Бірнеше айнымалысы бар тегіс функциялардың глобалдық минимумдарын жоғары дәлдікпен анықтау» тақырыбы бойынша диссертациясы теориялық та, колданбалылық та маңызы бар ғылыми еңбек болып табылады. Ұсынылған диссертация қойылатын талаптарға қанағаттандырады және диссертация авторы «6D060100 – Математика» мамандығы бойынша (PhD) философия докторы дәрежесін иеленуге лайық.

Ғылыми кеңесші

физика-математика ғылымдарының кандидаты, Қ. Жұбанов атындағы АӨУ-нің профессоры:

