ОТЗЫВ

на диссертационную работу Убаевой Жанар Картбаевны «Исследования существования решений неоднородных систем типа Клаузена» представленную на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика

Диссертационная работа посвящена исследованию неоднородной системы

$$\left.\begin{aligned}\sum_{j+k=0}^{j+k=\omega+1}\left(r_{j,k}-\alpha_{j,k}x^{h}\right)x^{j}y^{k}p_{j,k}=f_1(x,y)\\ \sum_{j+k=0}^{j+k=\omega+1}\left(t_{j,k}-\beta_{j,k}y^{h}\right)x^{j}y^{k}p_{j,k}=f_2(x,y)\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

состоящей из двух дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, где $p_{0,0}(x,y)=Z(x,y)$ – общая неизвестная для двух уравнений системы (1) $f_i(x,y),(i=1,2)$ – аналитические функции или многочлены двух переменных. Соответствующая однородная система

$$\left.\begin{aligned}\sum_{j+k=0}^{j+k=\omega+1}\left(r_{j,k}-\alpha_{j,k}x^{h}\right)x^{j}y^{k}p_{j,k}=0\\ \sum_{j+k=0}^{j+k=\omega+1}\left(t_{j,k}-\beta_{j,k}y^{h}\right)x^{j}y^{k}p_{j,k}=0\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

полученная при $f_i(x,y)=0,(i=1,2)$ является наиболее изученной. Особенно системы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Порядок зависит от значений ω. Системы второго порядка получится при $\omega=1$. Решениями таких системы являются все специальные функции второго порядка, такие как функции Аппеля F_1-F_4, Горна, Гумберта а также ортогональные многочлены двух переменных получится при $h=2$.

Основным предметом исследования является случай $\omega=2$, когда изучаемся система состоит из двух совместных уравнений третьего порядка. Тогда, важно изучить различные случаи полученные при различных $h=0$, $h=1$, $h\geq 2$ и $h=1$ случай системы Кампе де Ферье.

Для таких систем, установлены:

1) отличительные особенности таких систем по сравнению с системами второго порядка, именно связанные с установлением условия совместности и интегрируемости;

2) классификация регулярных и иррегулярных особенностей, определены виды соответствующих регулярных, нормально-регулярных и нормальных решений;

3) конкретные примеры построения решений методами неопределенных коэффициентов и Фробениус-Латышевой;

4) всесторонние исследования эффективных алгоритмов построения решений простой

$$
\begin{aligned}
&x^2(1-x)Z_{xxx}+\left[1+\beta_1+\beta_2-(3+\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)x\right]xZ_{xx}+\\
&+\left[\beta_1\beta_2-(1+\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_1\alpha_2+\alpha_2\alpha_3+\alpha_1\alpha_3)x\right]Z_x-\alpha_1\alpha_2\alpha_3Z=f_1(x,y),\\
&y^2(1-y)Z_{yyy}+\left[1+\beta'_1+\beta'_2-(3+\alpha'_1+\alpha'_2+\alpha'_3)x\right]xZ_{yy}+\\
&+\left[\beta'_1\beta'_2-(1+\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_1\alpha_2+\alpha_2\alpha_3+\alpha_1\alpha_3)x\right]Z_y-\alpha'_1\alpha'_2\alpha'_3Z=f_2(x,y)
\end{aligned}
$$

вырожденный

$$
\begin{aligned}
&x^2p_{3,0}+x\,y\,p_{2,1}+(\gamma+\delta+1)x\,p_{2,0}+\delta\,y\,p_{1,1}+\gamma\,\delta\,p_{1,0}-p_{0,0}=f_1(x,y),\\
&y^2p_{0,3}+x\,y\,p_{1,2}+(\gamma+\delta'+1)y\,p_{0,2}+\delta' xp_{1,1}+\gamma\,\delta'\,p_{0,1}-p_{0,0}=f_2(x,y)
\end{aligned}
$$

и основной

$$
\begin{aligned}
&x^2(1-x)p_{3,0}+xyp_{2,1}+(\gamma+\delta+1-b_{2,0})p_{2,0}+b_{1,1}.yp_{1,1}+(\gamma\delta-b_{1,0})p_{1,0}-b_{0,0}p_{0,0}=g(x,y),\\
&y^2(1-y)p_{0,3}+xyp_{1,2}+(\gamma+\delta'+1-b_{0,2})yp_{0,2}+b'_{1,1}xp_{1,1}+(\gamma\delta'-b_{0,1})p_{0,1}-b'_{0,0}p_{0,0}=q(x,y)
\end{aligned}
$$

неоднородных систем Клаузена и их частных случаев, где введены обозначения

$$
\begin{aligned}
&b_{0,0}=\beta_1\beta_2\beta_3;b_{1,1}=\delta;b'_{0,0}=\beta'_1\beta'_2\beta'_3;b'_{1,1}=\delta';b_{1,0}=1+\beta_1+\beta_2+\beta_3+\beta_1\beta_2+\beta_2\beta_3+\beta_1\beta_3;\\
&b_{2,0}=3+\beta_1+\beta_2+\beta_3;b_{0,2}=3+\beta'_1+\beta'_2+\beta'_3;b_{0,1}=1+\beta'_1+\beta'_2+\beta'_3+\beta'_1\beta_2+\beta'_2\beta_3+\beta_1\beta'_3
\end{aligned}
$$

и $f_i(x,y),(i=1,2),\ g(x,y),\ q(x,y)$ – аналитические функции или многочлены двух переменных.

Тема исследования актуально и носит теоретический характер. Результаты могут быть использованы при исследовании многомерных вырожденных уравнений. Действительно при решений дифференциальных уравнений с одной линией вырождения, используется свойства решения уравнения Клаузена. Свойства решений вырожденных гипергеометрических систем Клаузена активно используются при построение решений многомерного вырожденного уравнения третьего порядка с тремя независимыми переменными.

В диссертации получены достаточно весомые результаты по построению регулярных и нормально-регулярных решеных вырожденного неоднородного уравнения и простой, основной и вырожденных систем типа Клаузена.

- Введена простая система типа Клаузена и исследованы возможности построения решения неоднородных простых систем и изучены их свойства.

- Впервые изучены нормально-регулярные решения неоднородных систем типа Клаузена и вырожденных гипергеометрических систем полученных с помощью предельного перехода из (F_B) системы Лауричелла.

- Введены новые нормально-регулярные решения многих переменных являющиеся решениями вырожденных систем полученных путем предельного перехода из (F_B) системы Лауричелла.

-Установлены связь между введенной В.И. Художниковым новой функцией $\Phi_{B,n}^{k,l}$ и вновь построенных нормально-регулярные решения многих переменных. Доказаны их ряд свойств.

Все основные результаты диссертационной работы являются новыми. Соответствующие утверждения, приведенные в работе, снабжены полными корректными доказательствами. При работе над диссертацией Ж.К. Убаева проявила самостоятельность и творческий подход к решению постановленных задач. Диссертация является завершенной научно-исследовательской работой.

На основании вышеизложенного считаю, что представленная диссертационная работа отвечает требованиям Правил присуждения ученых степеней, а ее автор Убаева Жанар Картбаевна, заслуживает присуждения ей ученой степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100-Математика.

Зарубежный научный консультант,
доктор физико-математических наук,
профессор Таджикского национального
университета
Р. **Раджабов Н.**

Имзои
Подпись Раджабов Н.Р.
ТАСДИҚ МЕКУНАМ / ЗАВЕРЯЮ
Сардори РК ва КМ ДМТ / Начальник УК и СЧ ТНУ
Тавқиев Э. Ш.
(имзо подпись)

РАЁСАТИ КАДРҲО ВА КОРҲОИ МАХСУС ДОНИШГОҲИ МИЛЛИИ ТОҶИКИСТОН
TAJIK NATIONAL UNIVERSITY
УПРАВЛЕНИЕ КАДРОВ И СПЕЦЧАСТИ

20. 11. 2023