

ОТЗЫВ

зарубежного научного консультанта на диссертацию Исеновой Аккенже Алтмышевны на тему «Построение решений систем типа Уиттекера вблизи особых кривых», представленной на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100-Математика

Диссертационная работа посвящена установлению ряда новых вырожденных родственных систем и исследованию построения их решений вблизи особых кривых. При установлении новых вырожденных родственных систем особую роль имеет вырожденная система типа Горна

$$x_j \frac{\partial^2 F}{\partial x_j^2} + (\gamma_j - x_j) \frac{\partial F}{\partial x_j} - \sum_{k \neq j} x_k \frac{\partial F}{\partial x_k} - \lambda F = 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где $F = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – общая неизвестная для всех n уравнений системы (1) и система типа Уиттекера

$$x_j \frac{\partial^2 U}{\partial x_j^2} - x_j \frac{\partial U}{\partial x_j} - \sum_{r \neq j} x_r \frac{\partial U}{\partial x_r} + \left[\frac{x_j^2}{4} - \frac{x_j}{2} \sum_{r \neq j} x_r + r x_j + \frac{1}{4} - \mu_j^2 \right] U = 0, \quad j = \overline{1, n} \quad (2)$$

полученной из (1) с помощью преобразования вида

$$F(x_1, \dots, x_n) = \exp Q(x_1, \dots, x_n) U(x_1, \dots, x_n),$$

где $Q(x_1, \dots, x_n)$ – многочлен степени n с неопределенными коэффициентами $\alpha_{p,0,\dots,0}, \alpha_{0,0,\dots,p}, \dots, \alpha_{1,0,\dots,0}, \alpha_{0,0,\dots,1}$.

Родственными называются системы, связанные между собой некоторыми общими свойствами. В данном случае изучаемые диссертантом родственные системы Горна, Уиттекера, Лагерра и Бесселя связаны между собой преобразованием (3), с помощью, которой можно выводить одну систему из другой, устанавливая различные частные случаи вышеназванных родственных систем. С его помощью такие связи раскрываются между их решениями в виде обобщенных вырожденных гипергеометрических функций.

Докторантом на основе анализа характерных особенностей всех 20-ти известных вырожденных систем из списка Горна состоящих из двух уравнений второго порядка, в качестве исходной системы подобрана система типа Горна. Исход из нее устанавливаются различные системы типа Уиттекера, где продемонстрированы возможности применения метода Фробениуса-Латышевой к классификации регулярных и иррегулярных особых кривых вырожденных систем типа Уиттекера начиная с самых простых случаев. Регулярность и иррегулярность особенностей системы установлены с помощью понятия ранга и антиранга. Преимущество применение этих понятий дает возможность определить по виду заданной системы регулярность и иррегулярность особых кривых, а также вид соответствующих регулярных, нормально-регулярных и нормальных решений. В работе больше внимание уделено построению нормально-регулярных и нормальных решений, поскольку, все известные обобщенные гипергеометрические функции многих переменных являются частными случаями именно нормально-регулярных решений. Показаны примеры как построить нормально-регулярные решения

вырожденных систем состоящих из двух, трех и n вырожденных систем второго порядка.

Эти результаты обобщены и применены в двух оставшихся разделах на изучения систем типа Лагерра, Бесселя и вырожденных систем полученных путем предельного перехода из системы Лауричелла (F_D).

Все это показывает актуальность исследуемой темы, поскольку, расширен круг вырожденных гипергеометрических систем дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка находящих широкое применение в теории специальных функций многих переменных, а также в прикладных задачах математической физики и многомерных вырожденных уравнений.

В диссертационной работе получены достаточно весомые результаты по установлению видов вырожденных систем типа Лагерра, Бесселя и с ними связанных систем типа Горна и Уиттекера.

- Вырожденная система Лагерра выведена из системы Горна (1) при целом конкретном значений $\lambda = -n$. Решение системы Горна представляется в виде функций Гумберта $\Psi_2^{(n)}$. Применяя метод Фробениуса-Латышевой и функцию Гумберта $\Psi_2^{(n)}$ построены основные и простые полиномы Лагерра двух, трех n переменных. Выведены различные свойства этих полиномов.

- Показаны возможности построения вырожденных гипергеометрических возможности построения вырожденных гипергеометрических функций сводящейся к функциям Бесселя двух переменных. Они являются решениями некоторых систем полученных путем предельного перехода из различных гипергеометрических систем связанных с функциями Аппеля $F_1 - F_4$.

- Впервые показана, что система типа Бесселя является родственными с системами типа Уиттекера и Лагерра. Построены их нормально-регулярные решения представленные также с помощью функции Гумберта $\Psi_2^{(n)}$, что показывает общность их свойств решений.

- Доказаны соотношения между регулярными и нормально-регулярными решениями систем типа Горна, систем типа Лагерра.

- В работе впервые изучены нормально-регулярные решения вырожденных систем, полученных из систем Лауричелла (F_D).

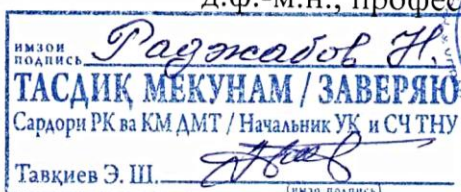
- Установлены связь, а также исследованы различные свойства между введенным Художниковым новой функцией $\Phi_{D,n}^{k,l}$ и нормально-регулярным решением построенным диссертантом.

Считаю, что диссертация Исеновой Аккенже Алтмышевны на тему «Построение решений систем типа Уиттекера вблизи особых кривых» соответствует всем требованиям предъявляемым к ней «Правила присуждения степени PhD», а его автор А.А. Исенова достоин присвоения ей степени доктора философии PhD по специальности 6D060100-Математика.

Зарубежный консультант,
академик Академии наук РТ
д.ф.-м.н., профессор ТНУ



Раджабов Н.



06-12-23