ОМАРОВА БИБИГУЛ ЖАРБОЛОВНА

ВЕКТОРЛЫҚ ӨРІС БАҒЫТТАРЫ БОЙЫНША ДИФФЕРЕНЦИАЛДАУ ОПЕРАТОРЛЫ ЖҮЙЕЛЕРІНДЕГІ КӨППЕРИОДТЫ ТЕРБЕЛІСТЕРДІҢ ЛЯПУНОВ ӘДІСІ

6D060100 – Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған дайындалған диссертацияның

АННОТАЦИЯСЫ

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Мұндай зерттеу жүргізудің қажеттілігін жағдайларға байланысты механикалық және теориялық деп аталатын екі қосымшамен негіздеуге болады. Көп жағдайларда дербес туындылы дифференциалдық теңдеулерді бағыттар өрісіндегі өзара әсерлеспейтін бөлшектер ағынының математикалық модельдері ретінде түсіндіруге болады. Сонда біртұтас ортаның қозғалысы ретінде анықталған процесс дербес туындылы дифференциалдық теңдеулермен, ал бөлшектер қозғалысы – жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесімен сипатталады.

Демек, қарастырылып отырған зерттеудің бір жағынан *механикалық қолданылымы*, ал екінші жағынан оның жәй теңдеулермен байланысын жәй дифференциалдық теңдеулер теориясындағы мәселелерді шешуге пайдалану, зерттеудің *теориялық қолданылымы бар* екендігін көрсетеді.

Бұл жұмыс осы қолданылымы және мазмұны жағынан Н.Н.Боголюбов – Ю.А.Митропольский – А. М. Самойленко және А.Н. Колмогоров – В.И.Арнольдтың КАМ-теория бойынша әйгілі ғылыми мектептері жетекші орын алатын тербелістер теориясы есептері зерттеулеріне жатады. Бұл жерде мәселелер В.Х. Харасахал мен Д.Ү. Үмбетжанов зерттеулері негізінде дербес туындылы теңдеулер термині бойынша зерттелді.

Диссертацияның зерттеуінде уақыт көп өлшемді. Бұл оның компоненттерінің рационалды бейөлшемдес болуына байланысты. Қозғалыстың жылдамдығы уақыт және кеңістік айнымалыларымен берілген векторлық өріс бағыттары бойынша дифференциалдау операторымен анықталатыны белгілі. Сондықтан диссертацияда қарастырылған бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер дифференциалдау операторлы векторлы-матрицалық теңдеулер арқылы жазылады. Дыбыстың, жарықтың, жылу мен электромагниттік толқындардың ортада таралуы сияқты көптеген табиғи процестер осындай теңдеулермен сипатталатындығын көрсететін мысалдар баршылық. Мысалы, гидромеханикадан Эйлер теңдеулерін, соққы толқындарының динамикасындағы Хопфа теңдеуін, оптикадағы эйконал теңдеуін сәйкес векторлық өріс бағыты бойынша дифференциалдау операторлы теңдеулер арқылы сипаттауға болады. Бұл процестер толқындық сипатта болады. Ал толқындық процестер теориясында олардың математикалық модельдерінің көппериодты тербелмелі шешімдері есебін зерттеу маңызды орын алады. Бұл бағыттағы тақырыптың өзектілігі әр түрлі көзқарастар

бойынша М.А. Ляпуновтың, А. Пуанкаренің, А.А. Андроновтың, В.В.Немыцскийдің, В.В.Степановтың, У. Гамильтонның, К. Якобидің, Н.Н.Боголюбовтың, А.Н. Колмогоровтың, Ю.А. Митропольскийдің, В.И.Арнольдтың, Ю. Мозердің, К.Л. Зигелдің, В.И. Зубовтың, Р.Курантың, Б.Л.Рождественскийдің, Н.Н. Яненконың, Дж. Уиземнің, С. Фарлоудың, Н.В.Карловтың, Н.А. Кириченконың, П. Больдың, Г. Бордың, Б.М. Левитанның, И.Г. Петровскийдің, Л.С. Понтрягиннің, М.А. Красносельскийдің, М.Г.Крейннің, В. Вазовтың, А.М.Самойленконың, М.Урабенің, И. Сибуяның, И.Г. Малкиннің, Н.П. Еругиннің, Б.П.Демидовичтің, В.А. Якубовичтің, В.М.Старжинскийдің, В.Х. Харасахалдың, Д.Ү.Үмбетжановтың фундаменталды еңбектерінде атап көрсетілген.

Сонымен, диссертацияның зерттеуінің өзектілігі оның *механика, физика және ғылыми-техникалық процестеріндегі қолданбалы аспектілерінің мүмкіндігімен* негізделеді.

Диссертациядағы зерттеудің теориялық қолданылымын негіздеу үшін жәй теңдеулер мәселелерінен оған эквивалентті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер мәселелеріне көшу қажеттігі туындады. Бұл оңай мәселе емес, әрі ол зерттеушінің шеберлігіне байланысты екені анық. Мысалы, К. Якоби Гамильтонның канондық жүйелерін интегралдау туралы мәселені бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеуге көшу арқылы зерттеу әдісін ұсынды. Осылайша, Гамильтон-Якоби теңдеулерін зерттеуге арналған Якоби әдістері пайда болды.

Тағы бір маңызды мысал ретінде жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесінің квазипериодты шешімдері туралы мәселелерден дифференциалдау операторлы бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйелерінің көппериодты шешімдері туралы есептерге көшуді атап өтуге болады. Бұл әдіс В.Х. Харасахал әдісі деп аталған, әрі оны Д.Ү.Үмбетжанов, Ж.А.Сартабанов, А.Б.Бержанов және олардың ізбасарлары дамытқан. Диссертациядағы жүйелер мен зерттелетін мәселелер жалпы түрдегі жүйелер мен оларға қойылатын мәселелерге жатады. Демек, диссертациядағы зерттеулердің жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесінің квазипериодты шешімдері теориясында өте маңызды теориялық қолданылымы бар. Осы жұмыста жүргізілген барлық зерттеулер осы қолданылымға ұқсас. Сонымен, диссертациядағы зерттеулер өзекті мәселелерге жатады деп қорытындылауға болады.

Зерттеу мақсаты. Уақыт айнымалыларына қатысты В.Х.Харасахал енгізген және кеңістік айнымалылары бойынша Ляпунов жүйесінің әртүрлі формаларымен анықталған векторлық өріс бағыттары бойынша дифференциалдау операторлы жүйелердегі көппериодты тербелістерді Ляпунов әдісін жалпылау негізінде зерттеу.

Зерттеу міндеттері:

а) уақыт айнымалылары В.Х. Харасахал енгізген және кеңістік айнымалылары Ляпунов жүйесі арқылы анықталған векторлық өріс бағыттары бойынша дифференциалдау операторлы дербес туындылы бірінші ретті дифференциалдық теңдеулердің квазисызықты жүйелерінің көппериодты шешімдерінің бар болуының жеткілікті шартын алу;

б) сындық емес және сындық жағдайларда сызықты жүйелердің көппериодты шешімдерінің интегралдық өрнектерін анықтау;

в) жоғарыда аталған дифференциалдау операторлы автономды сызықты және квазисызықты жүйелердің көппериодты тербелістерін зерттеу, көппериодты қоздыртқы жағдайларын қарастыру;

г) экспоненциал-гиперболалық өзгермелі кіші параметрлі квазисызықты жүйелердегі көппериодты тербелістерді зерттеу.

Зерттеу нысаны. Уақыт айнымалылары В.Х. Харасахал енгізген және кеңістік айнымалылары Ляпунов жүйесінің әртүрлі формаларымен анықталған векторлық өріс бағыттары бойынша дифференциалдау операторлы сызықты және квазисызықты жүйелердің Ляпунов әдісін жалпылау арқылы алынған көппериодты шешімдері.

Зерттеу әдістері: Диссертациялық жұмыста жәй дифферениалдық теңдеулер, бірінші ретті дербес туындылы теңдеулер теорияларының әдістері мен нәтижелері; периодты қозғалыстарды зерттеудегі жалпыланған Ляпунов әдісі; КАМ-теория әдісінің элементтері; біртіндеп жуықтау әдісі; Грин функциясы әдісі; сындық емес жағдайда дифференциалдық теңдеулер жүйелерінің көппериодты шешімдерін зерттеу әдістері қолданылады. Осы әдістер негізінде сындық және автономдық жағдайдарда көппериодты шешімдерді зерттеу әдістері; экспоненциалды гиперболалық заңдылық бойынша өзгермелі параметр әдісі дамытылады.

Ғылыми жаңалығы.

а) Ляпунов жүйесінің түрлеріне байланысты айырмашылықта болатын әртүрлі дифференциалдау операторлы сызықты жүйелердің көппериодты шешімдерінің бар болуының жеткілікті шарттары орнатылды.

б) Сындық жағдайда сызықты жүйелердің көппериодты шешімдерінің бар болуы шарттары анықталды. Мұндай мәселе алғаш рет зерттелді.

в) Сызықты біртекті емес жүйелердің көппериодты шешімдерінің сындық және сындық емес жағдайларда да қолдануға болатын интегралдық өрнектері құрылды.

г) Сындық емес жағдайда квазисызықты жүйелердің көппериодты шешімдерінің бар болуының жеткілікті шарттары табылды.

д) Автономды сызықты және квазисызықты жүйелер зерттелді және бұл жүйелер үшін де жоғарыға ұқсас нәтижелер алынды.

е) Экспоненциал-гиперболалық өзгермелі кіші параметрлі бір квазисызықты жүйенің көппериодты шешімінің бар болуының жеткілікті шарттары табылды және оның біртіндеп жуықтау әдісімен тұрғызылуы негізделді.

ж) Жәй дифференциалдық теңдеулердің периодты шешімдерін зерттеудегі Ляпуновтың белгілі әдістері көппериодты жағдай үшін таратылды. Есептің көппериодты шешімдерді құру мәселесін зерттеу әдістері дамытылды және келесі схемаға сәйкес жүргізілді: дифференциалдау операторының нөлдері; біртекті сызықты жүйе; біртекті емес сызықты жүйе; квазисызықты жүйе зерттелді және бастапқы берілгендер немесе кіші параметр бойынша олардың өзара байланысы анықталды.

Қорғауға ұсынылатын нәтижелер:

- векторлық өріс бағыттары бойынша дифференциалдау операторлы сызықты жүйелердің көппериодты шешімдерінің бар болуының қажетті және жеткілікті шарттары;
- сындық жағдайда біртекті емес сызықты жүйелердің нақты аналитикалық көппериодты шешімдерінің бар болуы шарттары мен зерттеу әдістері;
- автономды сызықты жүйелердің көппериодты шешімдерінің бар болуы шарттары мен зерттеу әдістері;
- сызықты біртекті емес жүйелердің көппериодты шешімдерінің сындық және сындық емес жағдайларда да қолданылатын интегралдық өрнегі;
- векторлық өріс бағыттары бойынша дифференциалдау операторлы сызықты жүйелердің көппериодты шешімдерінің құрылымдық талдауы;
- сындық емес жағдайда қарастырылған квазисызықты жүйелердің көппериодты шешімдерінің бар болуы шарттары;
- сызықты емес бөлігі ізделінді функцияға қатысты біртектес форма болатын, экспоненциал-гиперболалық өзгермелі параметрлі бір квазисызықты жүйенің сындық жағдайда көппериодты шешімінің бар болуы шарттары мен зерттеу әдістері.

Алынған нәтижелердің практикалық және теориялық маңыздылығы. Алынған нәтижелер теориялық сипатқа ие. Көппериодты шешімдердің бар болуы шарттарының алынуы; олардың интегралдық өрнектерінің ұсынылуы; сындық жағдайда көппериодты шешімдердің зерттелуі және осы мәселенің автономды жүйелер үшін қарастырылуы; экспоненциал-гиперболалық өзгермелі параметрлі жүйенің сызықты емес бөлігі ізделінді функцияға қатысты біртектес форма болғанда біртіндеп жуықтау әдісінің қолданылуы бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің көппериодты шешімдері теориясының дамуының маңызды толықтырмасы болып табылады.

Зерттеу нәтижелері осы теорияның одан әрі дамуына түрткі болуы мүмкін. Оны физика-математика, инженер мамандықтарының студенттеріне, магистранттарына және докторанттарына элективті курстар жасақтауда пайдалануға болады.

Докторанттың қосқан жеке үлесі. Диссертацияда келтірілген барлық нәтижелерді автордың өзі алды. Қосалқы авторлар және ғылыми кеңесшілер есептің қойылуына және алынған нәтижелерді талқылауға үлестерін қосты.

Алынғын нәтижелерді апробациялау. Жұмыстың негізгі нәтижелері келесі іс-шараларда баяндалды және талқыланды:

- «Тайманов оқулары – 2017» атты халықаралық ғылыми-практикалық конференция (Орал, Қазақстан, 25 қазан 2017 ж.);

- «Қолданбалы математика және информатика мәселелері» атты халықаралық ғылыми конференция (Ақтөбе, Қазақстан, 10-11 қараша 2017 ж.);

- «Математиканың өзекті мәселелері» атты Қазақстан математиктерінің ғылыми конференция (Түркістан, Қазақстан, 28-30 сәуір 2018 ж.);

- fourth International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2018) (Lefkosa (Nicosia), Turkey, September 6-9, 2018);

- дәстүрлі халықаралық сәуір ғылыми конференциясы, ҚР БҒМ Математика және математикалық модельдеу институты (Алматы, Қазақстан, 5-8 сәуір 2021ж.);

-«Үлестірілген параметрлі жүйелерде сызықты емес оптимизация мәселелерін зерттеу» ғылыми семинары, Қырғыз-Орыс Славян университеті, Бішкек, Қырғыз Республикасы (семинар жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор А.Керимбеков);

-«Дифференциалдық теңдеулердің сапалы теориясы» ғылыми семинары, Ж.Баласағұни атындағы Қырғыз Ұлттық университеті, Бішкек, Қырғыз Республикасы (семинар жетекшілері – ф.-м.ғ.д., профессор А. Саадабаев, ф.-м.ғ.д., профессор Б.К. Темиров);

-«Дифференциалдық теңдеулерді зерттеудің сапалы және жуықтау әдістері» ғылыми семинары, ҚР БҒМ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан (семинар жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор А.Т. Асанова);

-«Қолданбалы математика және информатика мәселелері» ғылыми семинары, Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті математика кафедрасы, Ақтөбе, Қазақстан (семинар жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор Ж.Сартабанов).

Жарияланымдар. Диссертацияның нәтижелері 11 жұмыста жарияланды. Оның ішінде 1 мақала Scopus мәліметтер базасында индекстелген рейтингтік ғылыми журналд, 4 мақала ҚР БҒМ БҒССҚК ұсынған басылымдарда, 1 мақала ҚР ғылыми журналында, 5 мақала халықаралық конференциялар материалдарында, оның ішінде 1 мақала Scopus мәліметтер базасында индекстелетін шетелдік конференция материалында жарияланды.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, негізгі 2 тараудан (біріншісінде 6 бөлімше, екіншісісінде 3 бөлімше), қорытындыдан және 110 атаулардан тұратын пайдаланылған әдебиеттер тізімінен, А және Б қосымшаларынан тұрады.

Жұмыстың **бірінші бөлімінде** векторлық өріс бағыттары бойынша дифференциалдау операторлы сызықты жүйелер үшін алынған нәтижелер келтірілген. Векторлық өріс (τ, t) уақыт және $\zeta = (\xi, \eta)$ кеңістік айнымалылары бойынша алынған өрістердің қосындысынан тұрады. Уақыт айнымалылары бойынша қарастырылған өріс В.Х. Харасахалдың зерттеулерінен белгілі, мұнда дифференциалдау осы айнымалылардың бас диагоналы бағыты бойынша орындалады, ал кеңістік айнымалылар бойынша өріс Ляпунов жүйесімен анықталады. Оператордың элементтері, коэффициенттер матрицасы және жүйенің бос мүшесі уақыт және кеңістік айнымалыларынан тәуелді болады, әрі

(τ, t) уақыт айнымалылары бойынша олар (θ, ω) периодымен көппериодты түрде өзгертеді.

Диссертациялық жұмыста қарастырылып отырған жүйелердің уақыт айнымалысы бойынша көппериодты шешімдері мәселелері зерттеледі. Зерттеу барысында жүйені анықтайтын параметрлер зерттелетін отырған есеп түрлеріне байланысты өзгереді.

Зерттелетін жүйенің ізделінді x вектор-функциясына қатысты жалпы түрі

$$Dx = P(\tau, t, \zeta)x + f(\tau, t, \zeta, x)$$

теңдеуі арқылы келесі

$$D = \frac{\partial}{\partial \tau} + \left\langle e, \frac{\partial}{\partial \tau} \right\rangle + \left\langle M\zeta + \psi(\tau, t, \zeta), \frac{\partial}{\partial \zeta} \right\rangle$$

дифференциалдау операторымен анықталады, мұндағы $e = (1,...,1)$ векторы мен $M\zeta + \psi$ өрнегі дифференциалдау операторы өрісін анықтайды, M -тұрақты матрица, P – матрица, ψ және f – вектор-функциялар, $\frac{\partial}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial t_1}, ..., \frac{\partial}{\partial t_m} \right)$ және $\frac{\partial}{\partial \zeta} = \left(\frac{\partial}{\partial \xi_1}, \frac{\partial}{\partial \eta_1}, ..., \frac{\partial}{\partial \xi_l}, \frac{\partial}{\partial \eta_l} \right)$ – векторлар, $\langle \ , \ \rangle$ – скаляр көбейту белгісі.

Әрі қарай D операторының $j = \overline{1,5}$ дербес жағдайларын қарастырамыз.

1.1 және 1.2 бөлімшелерінде зерттелетін жүйе екі теңдеуден тұратын дербес жағдайда қарастырылды және олар бір-бірінен белгісіздердің алдындағы коэффициенттері бойынша ғана айырмашылықта болды, яғни 1.1 бөлімшеде тұрақты, 1.2 бөлімшеде айнымалы болған жағдай, ал D_1 дифференциалдау операторы өрісі кеңістік айнымалысы бойынша екі айнымалы сызықты Ляпунов жүйесімен анықталады.

1.1 бөлімшеде D_1 операторының нөлдері анықталып, олардың уақыт айнымалы бойынша көппериодтылығы қасиеттері зерттеледі. Тұрақты A матрицалы $D_1 x = Ax$ теңдеуі үшін бастапқы есеп шешімі тұрғызылып, оның көппериодтылығы шарттары алынады; сындық емес жағдайда теңдеудің тек тривиалды (нөлдік) көппериодты шешімі болатындығы дәлелденеді. Сындық жағдайда нөлден өзге шешімнің болмауының жеткілікті шарттары орнатылады және $D_1 x = Ax + f(\tau, t, \zeta)$ теңдеуінің көппериодты шешімінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары алынды. Коэффициенттер матрицасы диагонал бойында тұрақты болған жағдайда осыған ұқсас зерттеу жүргізіледі.

1.2 бөлімшеде коэффициенттері матрицасы (θ, ω)-периодты $D_1 x = P(\tau, t)x$ теңдеуінің t бойынша ω-периодты шешімдерінің бар болуының жеткілікті шарттары орнатылды, теореманың нөлден өзге көппериодты шешімдердің болмауы туралы салдары келтіріледі. Сәйкес біртекті теңдеудің тривиалды емес көппериодты шешімдері болмаған жағдайда $D_1 x = P(\tau, t)x + f(\tau, t, \zeta)$ теңдеуінің көппериодты шешімнің бар және жалғыз болуы шарттар анықталады. Мұнда зерттеу Грин функциясы тұрғысынан жүзеге асырылып, шешімнің бағалауы алынады. Коэффициенттері матрицасы $P(\tau,t,\zeta)$ болатын жүйе үшін осындай зерттеу жүргізіліп нәтижелер алынады. Біртекті емес $D_1x = P(\zeta)x + f(\zeta)$ автономды теңдеуі үшін ерекше шешім ұғымы енгізіледі және шешімдердің периодтылығы шарттары орнатылады. Автономды теңдеудің жалғыз ғана периодты шешімінің бар болуы дәлелденеді.

1.3 бөлімшеде D_2 операторлы жүйелер зерттеледі, мұнда Ляпунов жүйесіндегі M матрицасы ν^0 тұрақтысымен $M = 2\pi\nu^0 I_2$ түрінде анықталған, I_2 – екінші ретті симплектикалық бірлік. Зерттеу барысында D_2 операторының ζ бойынша аналитикалық, t-ға қатысты ω-периодты және τ-ға қатысты анықталған жиіліктер базисімен квазипериодты нөлдерінің бар болуы шарттары орнатылады. $A = \lfloor a_{ij} \rfloor, a_{11} = a_{22} = \alpha,\ a_{12} = -a_{21} = \beta$ матрицалы $D_2x = Ax$ біртекті теңдеудің нөлден өзге көппериодты шешімдерінің болуы және болмауының жеткілікті шарттары алынады. Автономды біртекті емес $D_2x = Ax + f(\zeta)$ теңдеуінің ζ бойынша аналитикалық, t-ға қатысты ω-периодты және τ-ға қатысты квазипериодты шешімінің бар болуының жеткілікті шарттары анықталады. Берілген біртекті емес теңдеудің (τ,t) бойынша көппериодты болатын шешімдерге жататын ζ бойынша аналитикалық және тек ζ-дан тәуелді болатын шешімінің болуы шарттары анықталады. Сондай-ақ осы теңдеу үшін Грин функциясы термині тұрғысында $f = f(\tau,t,\zeta)$ вектор-функциялы негізгі есеп зерттеледі.

1.4 бөлімше $M = J, \psi = \psi(\zeta)$ болғанда D_3 дифференциалдау операторлы жүйелердің көппериодты шешімдерін зерттеуге арналады, мұндағы J – $(2l+2)$-өлшемді блок-диагональды матрица. Белгілі $H(\xi,\eta)$ бірінші интегралдарымен берілген Ляпунов жүйесінің шешімдерінің қасиеттері негізінде 1) t уақыт айнымалысының $m = l$ өлшемі және $(\theta,\omega_1,...,\omega_l)$ вектор-периоды анықталады; 2) D_3 дифференциалдау операторының көппериодты нөлдерінің бар болуының жеткілікті шарттары орнатылады.

Әрі қарай, сындық емес жағдайда Грин функциясы тұрғысынан $D_3x = Ax + f(\zeta)$ жүйесінің көппериодты шешімінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары алынады. Бұл жүйені зерттеу нәтижелері сәйкес біртекті жүйе сындық емес деп ұйғарылғанда $D_3x = P(\zeta)x + f(\zeta)$ автономды жүйесі үшін жалпыланады. Сол сияқты бос мүшесі $f(\tau,t,\zeta)$ болатын жүйе зерттеліп, (θ,ω)-периодты шешімнің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары орнатылады.

Ляпунов жүйелеріне жақын, бірақ олардан уақыт айнымалылары бойынша тербелмелі қоздыртқымен айырмашылықта болатын жүйелермен берілген өрістер арқылы анықталған дифференциалдау операторлы теңдеулерді қарастырудың маңызы зор. Осыған байланысты 1.5 бөлімшеде D_4 дифференциалдау операторлы жүйелер зерттеледі, мұндағы $e = a(\tau,t)$, $M = J$, $\psi = g(\tau)$.

D_4 операторының нөлдерін анықтайтын теңдеудің шешімдерінің қасиеттері зерттеледі. Біртекті $D_4 x = Ax$ теңдеуінің коэффициенттерінің матрицасының меншікті мәндерінің түрлеріне байланысты матрицанттың әртүрлі қасиеттерін анықтайтын леммалар алдын ала дәлелденіп, матриканттың құрылымы туралы теорема дәлелденеді; жалпы шешімінің көппериодты құрылымы анықталады; көппериодты шешімдерінің бар болуы және тривиалды шешімдерден өзге мұндай шешімдердің болмауы шарттары алынады; D_4 операторының нөлдеріне сәйкес келетін (θ,ω)-периодты шешімдер класы анықталады; біртекті емес $D_4 x = Ax + f(\tau,t,\zeta)$ жүйесінің көппериодты шешімнің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары келтіріледі, мұнда $f(\tau,t,\zeta)$ бос мүшесін (τ,t) бойынша (θ,ω)-периодты қоздыртқылы күш деп алуға болады. D_4 операторлы (5) жүйесімен байланысты бастапқы-көппериодты есептердің көппериодты шешімдерінің құрылымы анықталады.

1.6 бөлімшеде В.Х. Харасахал енгізген уақыт айнымалыларына қатысты D_5 дифференциалдау операторы қарастырылды, мұнда $M = \psi = 0$. A матрицасының бір жұп таза жорымал меншікті мәндері бар, ал қалған меншікті мәндерінің нақты бөліктері нөлден өзге болғанда $D_5 x = Ax$ біртекті жүйесінің көппериодты шешімдерінің болмау шарттары алынады. Еркін және еріксіз тербелістердің жиіліктері бейөлшемдестіктің күшейтілген шартын қанағаттандырғанда $D_5 x = Ax + \varepsilon^0 f(\tau,t)$ жүйесінің (θ,ω)-периодты шешімі туралы есебінің Грин функциясы келтіріледі. Соңында (θ,ω)- периодты шешімнің бар болуы шарттары орнатылады, оның интегралдық өрнегі беріліп, бағалауы алынады.

Диссертациялық жұмыстың **екінші бөлімінде** 1.4, 1.5 және 1.6 бөлімшелерінде қарастырылған дифференциалдау операторлары бойынша квазисызықты жүйелердің көппериодты шешімдері мәселелері зерттеледі. 1.1, 1.2 және 1.3 бөлімшелерінде қарастырылған операторлар D_3 және D_4 операторларының дербес жағдайлары.

2.1 бөлімшеде сындық емес жағдайда, қысушы бейнелеу әдісі арқылы $D_3 x = Ax + f(\zeta, x)$ квазисызықты жүйесінің шешімінің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары орнатылды. Әрі қарай алынған нәтижелер сәйкес біртекті жүйесі экспоненциалды дихотомиялық қасиетті қанағаттандырғанда $D_3 x = P(\zeta)x + f(\zeta, x)$ жүйесі үшін жалпыланды.

2.2 бөлімшеде $D_4 x = Ax + f(\tau,t,\zeta,x)$ квазисызықты жүйесі қарастырылды. Мұнда 1.5 бөлімшеде алынған нәтижелер қарастырылып отырған квазисызықты жүйе үшін жалпыланды. Үзіліссіз дифференциалданатын функциялар кеңістігіндегі қозғалмайтын нүкте принциптін қолдана отырып квазисызықты жүйенің көппериодты шешімнің бар болуын қамтамасыз ететін шарттар алынады.

2.3 бөлімшеде бір $D_5 x = Ax + \varepsilon^0 f(\tau, t) + \varepsilon\varphi(x)$ жүйесінің көппериодты шешімдерін зерттеуге арналған әдіс ұсынылады, мұндағы $\varphi(x)$ сызықты емес функциясы l дәрежелі біртектес форма, ε^0 және ε – оң параметрлер.

2.3 бөлімшенің негізгі міндеті берілген жүйенің көппериодты шешімнің бар болуы туралы мәселені КАМ теориясы әдісінің элементтерін біртіндеп жуықтау әдісімен үйлестіріп пайдалану әдісі арқылы зерттеу. Бұл бөлімшеде осы классикалық жуықтау әдісі қолданылатын жаңа тәсіл ұсынылады. Бұл әдіс кіші параметрдің қоздыртқы кезінде экспоненциал-гиперболалық заңдылықпен өзгеруімен негізделеді. Ұсынылған әдіс негізінде экспоненциал-гиперболалық өзгермелі кіші параметрлі (8) квазисызықты жүйесінің көппериодты шешімнің бар болуының жеткілікті шарттары орнатылады және біртіндеп жуықтау әдісі арқылы тұрғызылуы негізделеді.