

Ближневосточный Технический Университет



+90 312 210 53 55, <http://www.metu.edu.tr/>,
06800 Çankaya Ankara/TURKEY

ОТЗЫВ

на диссертацию Акылбека Жаманшина, Непредсказуемые колебания в дифференциальных уравнениях и нейронных сетях

Диссертация посвящена доказательству существования непредсказуемых колебаний в линейных и квазилинейных системах обыкновенных дифференциальных уравнений и нейронных сетях различного типа.

Тема исследования своими корнями уходит глубоко в теорию динамических систем, которая была основана в работах А. Пуанкаре и Дж. Биркхофа. Известно, что Пуанкаре был первым в истории, кто обнаружил признаки хаотического движения в работе о движении трех тел. Для описания явления он предложил определение точек устойчивых по Пуассону. Но Пуанкаре не завершил работу в определении хаоса, в современном понимании. Не было выявлено то, что мы называем чувствительностью (sensitivity). И только в середине прошлого столетия, в работах, прежде всего Э. Лоренца, это свойство было обнаружено в системе, состоящей из трех обыкновенных дифференциальных уравнений. На сегодняшний день этот признак является основным для хаоса различных типов.

Несколько лет назад я задался вопросом нельзя ли обнаружить чувствительность в условиях Пуанкаре-Биркхофа. То есть, в квазиминимальном множестве. Такое свойство обнаружить не удалось. Важно, что чувствительность нельзя просто декларировать в этих условиях, так как они описаны для одного изолированного движения. Тогда, как чувствительность Лоренца требует для своего определения бесконечно много движений. Поэтому в парадигму Пуанкаре-Биркхофа мы ввели новое свойство, которое назвали непредсказуемостью. Таким образом, точка, устойчивая по Пуассону с новым дополнительным свойством, получила название непредсказуемой точки. Теперь задача наличия хаоса в динамической системе определяется присутствием только одной точки - непредсказуемой. Так как мы доказали, что существование такой точки гарантирует чувствительность во всей динамике, происходящей в замыкании траектории, которая начинается в непредсказуемой точке, т.е. в квазиминимальном множестве. Таким образом, мы возвратили исследование хаоса к истокам теории динамических систем и открыли новые перспективы в развитии этой теории.

Следующей нашей задачей было внедрение полученных нововведений в теорию дифференциальных уравнений, прежде всего неавтономных дифференциальных уравнений. Такая связь между теорией динамических систем и теорией дифференциальных уравнений традиционна. Известно, например, что рекуррентное или устойчивое по Пуассону движение в функциональных пространствах формулируется как рекуррентная или устойчивая по Пуассону функция. Соответственно рассматриваются задачи существования таких решений для дифференциальных уравнений. Следуя подобной практике, мы определили непредсказуемые функции как

непредсказуемые точки в динамической системе Бебутова с той лишь разницей, что вместо метрического пространства используется топология сходимости на компактных множествах вещественной оси. Использование такой сходимости позволило значительно упростить задачу доказательства существования непредсказуемых решений для дифференциальных уравнений.

Теперь, после определения непредсказуемых функций и их свойств, которые удобны для проверки, мы можем полностью оставаться в области теории дифференциальных уравнений, не упоминая исходные или родственные результаты в теории динамических систем или хаоса. Так как это делается в исследованиях про почти периодические, рекуррентные или устойчивые по Пуассону решения дифференциальных уравнений.

Исследовательская задача диссертанту была поставлена именно таким образом, что стартовой позицией является определение непредсказуемой функции. Требуется найти условия на системы дифференциальных уравнений и нейронные сети, которые обеспечивают существование, единственность и асимптотическую устойчивость непредсказуемых решений. В диссертации указанная задача решена для линейных и квазилинейных систем дифференциальных уравнений и нейронных сетей.

Важной особенностью диссертации является введение понятия сильной непредсказуемости. В этом случае свойство непредсказуемости справедливо для каждой координаты решения. Следовательно, возникают новые теоретические возможности и усиливается роль проводимых исследований для прикладных задач. В качестве приложения диссертант выбрал динамику нейронных сетей.

В диссертации установлены достаточные условия для наличия непредсказуемых и сильно непредсказуемых колебаний в нейронных сетях и инерционных нейронных сетях. Особенностью исследований нейронных сетей является строгая детализация условий доказываемых теорем, что диктуется инженерными требованиями. Диссертант справился и с этими трудностями.

Современная теория дифференциальных уравнений отличается широким применением в исследованиях численного анализа. Поэтому диссертанту была поставлена задача проверки наличия колебаний исследуемого типа для моделей, которые удовлетворяют условиям доказанных теорем численными методами. Задача была решена. Причем это сделано для каждого теоретического результата работы.

В ходе совместных научных исследований я убедился, что Акылбек Жаманшин талантливый исследователь, способный к анализу и достижению поставленных целей и считаю, что диссертант заслуживает присвоения научного звания PhD.

Профессор Ближневосточного
Технического Университета

19/10/2020



Марат Ахмет*

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
MIDDLE EAST TECHNICAL
UNIVERSITY
ANKARA - TURKEY