

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Омаровой Бибигул Жарболовны
«Метод Ляпунова в многопериодических колебаниях систем
с оператором дифференцирования по направлениям векторного поля»,
представленную на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности 6D060100-Математика

Диссертационная работа посвящена исследованию многопериодических по (τ, t) решений $x = x(\tau, t, \zeta)$ систем уравнений вида

$$Dx = P(\tau, t, \zeta)x + f(\tau, t, \zeta, x) \quad (1)$$

с оператором дифференцирования

$$D = \frac{\partial}{\partial \tau} + \left\langle e, \frac{\partial}{\partial t} \right\rangle + \left\langle M\zeta + \psi(\tau, t, \zeta), \frac{\partial}{\partial \zeta} \right\rangle, \quad (2)$$

где временные переменные $(\tau, t) \in R^{1+m}$; пространственные переменные $\zeta \in \bar{B}_\delta^{2l}$, $B_\delta^2 = \{\zeta \in R: |\zeta| < \delta\}$, $\delta = \text{const} > 0$, \bar{B}_δ^2 – замыкание B_δ^2 ; $e = (1, \dots, 1)$ – m -вектор, $\frac{\partial}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial t_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial t_m} \right)$ – векторный оператор дифференцирования, \langle , \rangle – знак скалярного произведения векторов, матрица M – постоянная $2l \times 2l$ -матрица, ψ – вектор-функция своих аргументов, $\frac{\partial}{\partial \zeta} = \left(\frac{\partial}{\partial \zeta_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial \zeta_l} \right)$ – векторные операторы дифференцирования по пространственным переменным; P – $n \times n$ -матричная функция своих аргументов, f – вектор-функция независимых переменных (τ, t, ζ) и искомой функции $x = (x_1, \dots, x_n)$.

Векторное поле по пространственным переменным задано системой Ляпунова.

Функции ψ , f и матрица P многопериодические по (τ, t) с периодом $(\theta, \omega) = (\theta, \omega_1, \dots, \omega_m)$, компоненты которого $\omega_0 = \theta$, $\omega_1, \dots, \omega_m$ – рационально несоизмеримые, местами по надобности предполагается их диофантовость.

Исследования проведены для следующих случаев, т.е. для 1) систем с постоянными коэффициентами, 2) систем с условиями критичности и некритичности, 3) систем, автономных относительно временных переменных, 4) систем с возмущениями векторных полей и свободных членов и 5) систем с линейным векторным полем по пространственным переменным.

В работе подробно исследованы многопериодические колебания в линейных системах

$$Dx = P(\tau, t, \zeta)x + f(\tau, t, \zeta) \quad (3)$$

соответствующих системе (1)-(2), а затем их результаты распространены на квазилинейные случаи.

Следует отметить, что данное исследование относится к разделу систем уравнений в частных производных и оно особо сильно не пересекаются с известными

исследованиями научных школ Андропова-Витта-Хайкина, Боголюбова-Митропольского-Самойленко, Колмогорова-Арнольда-Мозера и др.

Тема исследования актуальна и носит теоретический характер. Результаты могут быть использованы в решении задач механики сплошной среды и теории колебательных решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

В диссертации получены достаточно весомые и в достаточном количестве результаты по решению поставленных задач о многопериодических колебаниях для линейных систем (3) и квазилинейных систем (1) с операторами вида (2).

- Решены начальные задачи в разрезе систем 1) $Dx = 0$, 2) $Dx = Px$, 3) $Dx = Px + f(\tau, t, \zeta)$ в линейном случае и 4) $Dx = Px + f(\tau, t, \zeta, x)$ в квазилинейном случае, где оператор дифференцирования D встречается в пяти формах.

- На основе решений начальных задач исследованы задачи о многопериодических колебаниях и установлены достаточные условия существования таких решений систем 1)-4) с различными операторами D . В случае однородных линейных систем определены условия отсутствия нетривиальных многопериодических решений. Для неоднородных линейных систем получены достаточные условия существования и единственность решения с многомерным периодом.

- В случае линейных неоднородных систем построены интегральные представления с помощью функции Грина. Предложен новый вид функции Грина, который пригоден как в некритическом, так в критических случаях систем.

- Впервые исследованы вопросы многопериодических колебаний в критических случаях линейных систем и получены условия существования решения, связанные с диофантовости частотных базисов и гладкостью возмущений.

- Получены достаточные условия существования многопериодического решения автономной линейной неоднородной системы. В этом случае векторное поле по временным переменным заранее не задается. Вопросы, связанные с определением поля решаются на основе исследования многопериодических структуры характеристик и решений однородной системы. Этот случай также изучается впервые и преодолена трудность связанная с автономностью системы.

- Установлены достаточные условия существования единственного многопериодического решения квазилинейной системы с переменными коэффициентами в некритическом случае. Эти условия получены исследуя в терминах функции Грина двух видов 1) определенной на числовой оси и 2) определенной в любом конечном промежутке числовой оси.

- Разработан новый подход исследования и на этой основе в критическом случае условия существования одной негамильтоновой многопериодической квазилинейной системы с экспоненциально гиперболично изменяющимся малым параметром. При этом применяется метод последовательных приближений. Этот метод неприменим в связи с "трудностью малых знаменателей" в критическом случае при обычном малом параметре. В данной работе она преодолена при выполнении дополнительного условия относительно малого параметра.

Все основные результаты диссертационной работы являются новыми. Соответствующие утверждения, приведенные в работе, снабжены полными корректными доказательствами. При работе над диссертацией Б.Ж.Омарова проявила самостоятельность и творческий подход к решению поставленных задач. Диссертация является завершенной научно-исследовательской работой.

На основании вышеизложенного считаю, что представленная диссертационная работа отвечает требованиям Правил присуждения ученых степеней, а ее автор Омарова Бибигул Жарболловна, заслуживает присуждения ей ученой степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100-Математика.

Зарубежный научный консультант,
доктор физико-математических наук,
профессор Кыргызско – Российского
Славянского университета
имени Первого президента РФ Б.Н.Ельцина



AK А.Керимбеков

Подпись заверяю
Начальник
Управления кадров
ГОУВПО КРСУ

Рос
Васильев Н.М.