

ОТЗЫВ

научного консультанта на диссертацию докторанта PhD
Актюбинского регионального государственного университета
имени К.Жубанова Мынбаевой Сандугаш Табылдиевны на тему:
«Качественные свойства и численное решение нелинейной краевой задачи
для интегро--дифференциального уравнения Фредгольма», представленной на
соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100-
Математика»

Как известно, нелинейные краевые задачи для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма были предметом исследований многих ученых в связи с многочисленными приложениями в биологии, физике, химии, механике, экологии и др.

В диссертации Мынбаевой С.Т. исследованы качественные свойства нелинейной краевой задачи для интегро--дифференциального уравнения Фредгольма и предложены конструктивные методы решения начальных и краевых задач для интегро--дифференциальных уравнений Вольтерра и Фредгольма. При этом существенным является нелинейность рассматриваемых задач. Нелинейность дифференциальных и интегро--дифференциальных уравнений приводит к принципиальным трудностям как при исследовании качественных свойств нелинейных краевых задач для этих уравнений, так и при нахождении их решений.

Интегро--дифференциальные уравнения Фредгольма имеют ряд особенностей, которые должны быть учтены при постановке задач для этих уравнений и разработке методов их решения. В частности, линейное неоднородное интегро--дифференциальное уравнение Фредгольма может быть неразрешимым без дополнительных условий к решению. Основные методы исследования краевых задач для интегро--дифференциальных уравнений Фредгольма, как метод А. И. Некрасова и метод функции Грина применимы при однозначной разрешимости некоторых промежуточных задач. В нашей работе построен пример однозначно разрешимой линейной двухточечной краевой задачи для интегро--дифференциального уравнения Фредгольма, для которого эти промежуточные задачи не являются однозначно разрешимыми. Таким образом эти методы, устанавливая различные достаточные условия существования решения, не позволяют получить критерии разрешимости краевых задач для этих уравнений. Поэтому в наших работах был предложен новый подход к исследованию и решению краевых задач для интегро--дифференциальных уравнений Фредгольма, основанный на методе параметризации. Разбиение интервала, где рассматривается краевая задача, и введение дополнительных параметров как значения решения в начальных точках подинтервалов позволило свести исходную краевую задачу к эквивалентной задаче с параметрами для функций, определенных на подинтервалах. Введение дополнительных параметров дают начальные значения в начальных точках подинтервалов для новых неизвестных функций. При фиксированных значениях параметров эта задача называется специальной задачей Коши для системы интегро--дифференциальных уравнений на подинтервалах. Таким образом разбиение интервала, где рассматривается интегро--дифференциальное уравнение Фредгольма, ставит в соответствие этому уравнению специальную задачу Коши. Если эта задача однозначно разрешима, то ее решение можно представить через

неизвестных параметров и известные величины интегро--дифференциального уравнения. Подставляя эти выражения в краевые условия и условия непрерывности решения во внутренних точках разбиения составляется система линейных алгебраических уравнений относительно введенных параметров. На основе этого подхода впервые получены критерии разрешимости и однозначной разрешимости линейных краевых задач для интегро--дифференциальных уравнений Фредгольма.

Нелинейные задачи, в основном, решаются итерационными методами. Многие эффективные итерационные методы, как метод Ньютона, требуют выбора "хорошего" начального приближения. В наших работах были построены итерационные процессы для нелинейных уравнений с неограниченными операторами и установлены условия их сходимости. Результаты были распространены на нелинейные краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений и для уравнений в частных производных. При применении метода параметризации к краевой задаче для нелинейного интегро--дифференциального уравнения Фредгольма основную роль играет специальная задача Коши для системы нелинейных интегро--дифференциальных уравнений с параметрами. В этом случае итерационные методы используются как при решении специальной задачи Коши, так и при решении систем нелинейных алгебраических уравнений относительно параметров.

Хорошо известно, что одним из эффективных методов решения задач для интегро--дифференциальных уравнений с малым числовым параметром является метод усреднения, позволяющий свести решение краевой задачи для неавтономной системы к решению аналогичной задачи для автономной усредненной системы. Метод усреднения применен к решению задачи Коши для нелинейного интегро--дифференциального уравнения Вольтерра с малым числовым параметром.

Основная часть диссертационной работы состоит из трех разделов. В первом разделе рассматривается интегро--дифференциальное уравнение Фредгольма с нелинейной дифференциальной частью. Методом параметризации исследуемое уравнение сведено к специальной задаче Коши для системы нелинейных интегро--дифференциальных уравнений с параметрами. Установлены условия существования и единственности решения специальной задачи Коши для систем нелинейных интегро--дифференциальных уравнений и разработаны эффективные алгоритмы нахождения ее решений.

Во втором разделе с помощью решения специальной задачи Коши построено новое общее решение интегро--дифференциального уравнения Фредгольма с нелинейной дифференциальной частью и определены его свойства. В этом разделе так же исследовано квазилинейное интегро--дифференциальное уравнение Фредгольма, построено новое общее решение и определены свойства данного уравнения.

Третий раздел посвящен разработке алгоритма нахождения решения нелинейной краевой задачи для интегро--дифференциального уравнения. Вначале рассматривается специальная задача Коши для систем нелинейных интегро--дифференциальных уравнений, возникающая при применении метода параметризации к системе нелинейных интегро--дифференциальных уравнений Фредгольма. Предложен алгоритм нахождения численного решения специальной задачи Коши для систем нелинейных интегро--дифференциальных уравнений с нелинейной дифференциальной частью. Получены условия разрешимости нелинейной краевой задачи для интегро--дифференциального уравнения

Фредгольма и разработать эффективные алгоритмы нахождения ее решения. В следующем подразделе на основе метода продолжения по параметру предложен подход к решению проблемы выбора начального приближения решения специальной задачи Коши и систем нелинейных алгебраических уравнений. Исследована разрешимость квазилинейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма. В последнем подразделе обосновано применение метода усреднения задачи Коши для нелинейного интегро-дифференциального уравнения Вольтерра с малым числовым параметром. С его помощью исследовано существование решений краевых задач для систем дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра. Показано, что если усредненная краевая задача имеет решение, то и исходная задача также имеет решение. Важно, что при этом усредненной для системы интегро-дифференциальных уравнений является более простая система обыкновенных дифференциальных уравнений.

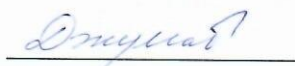
Основные результаты диссертации сформулированы в виде строго доказанных теорем. Они обоснованы, математически строго доказана их достоверность. Вспомогательные утверждения относительно исследуемых задач каждого раздела сформулированы в виде лемм и замечаний, сопровождающиеся подробными доказательствами.

Диссертантка Мынбаева С.Т. в достаточной мере владеет общенаучной методологией, логикой и технологией проведения научно-исследовательских работ.

Основные результаты опубликованы в высоко рейтинговых журналах и апробированы на ряде международных математических конференций, а также на семинарах у специалистов.

Считаю, что диссертационная работа Мынбаевой Сандугаш Табылдиевны на тему: «Качественные свойства и численное решение нелинейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма» удовлетворяет требованиям, предъявляемым «Правилами присуждения степени PhD», является законченной работой и может быть представлена к защите.

Отечественный
научный консультант,
д.ф.-м.н., профессор



Д.С. Джумабаев

Подпись
д.ф.-м.н., профессора Д.С. Джумабаева
«Заверяю»



Ученый секретарь ИМММ КН МОН РК,
К.ф.-м.н. М.А. Сахаева