

## ОТЗЫВ

официального рецензента по диссертации Мынбаевой Сандугаш Табылдиевны на тему "Качественные свойства и численное решение нелинейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма", представленной на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности "6D060100 - Математика".

### **1. Актуальность темы исследования и ее связь с общенаучными и общегосударственными программами.**

Как известно, при исследовании различных явлений физики, химии, биологии и техники в качестве математической модели часто возникают интегро-дифференциальные уравнения. Кроме того, моделирование проблем с последствием в механике и связанных с ней областях, также приводят к интегро-дифференциальным уравнениям. Наиболее естественной моделью указанных процессов являются нелинейные краевые задачи для интегро-дифференциальных уравнений. На сегодняшний день получен ряд результатов, касающихся существования, устойчивости и асимптотического поведения решений, а также приближенных методов нахождения решений линейных и нелинейных интегро-дифференциальных уравнений с различными краевыми условиями. Тем не менее, вопросы разрешимости и построения приближенных решений краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений являются актуальными и приобретают особую важность в связи с многочисленными приложениями в теории динамических систем и гибридных уравнений, в теории оптимального управления и обратных задач.

Потребности прикладных задач с одной стороны, и бурное развитие информационных технологий с другой стороны, привели к необходимости создания новых эффективных методов исследования и решения нелинейных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений, которые позволяют расширить класс разрешимых задач и предложить численно-аналитические алгоритмы нахождения их решений.

Диссертационная работа выполнена в рамках проекта грантового финансирования фундаментальных исследований в области естественных наук "Методы исследования и решения нелинейных краевых задач для дифференциальных уравнений и интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма" (№ АР 05132486, 2018-2020 гг.), что также подтверждает актуальность исследований.

### **2. Научные результаты в рамках требования к диссертации (пп.127, от 31.03.2011 г., Правила присуждения ученых степеней).**

Диссертация состоит из введения, трех разделов и списка литературы. Основные результаты диссертации можно группировать следующим образом. Первая часть включает результаты относительно специальной задачи Коши для интегро-дифференциальных уравнений: 1) Получены достаточные условия существования решений специальной задачи Коши для систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений с параметрами; 2) предложены



итерационные методы решения специальной задачи Коши для систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений с параметрами и их численные реализации.

Вторая часть связана с новым подходом к общему решению для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма, предложенным профессором Д.С.Джумабаевым. Результаты, установленные для линейного интегро-дифференциального уравнения Фредгольма и двухточечной краевой задачи для него распространяются на интегро-дифференциальные уравнения Фредгольма с нелинейной дифференциальной частью: 3) Построено  $\Delta_N$  общее решение интегро-дифференциального уравнения Фредгольма и установлены его свойства; 4) предложена схема метода параметризации решения нелинейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма; 5) разработаны алгоритмы решения нелинейных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма и их численные реализации; 6) установлены достаточные условия существования изолированного решения нелинейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма; 7) построена система нелинейных алгебраических уравнений относительно параметров для краевой задачи интегро-дифференциального уравнения Фредгольма с нелинейной дифференциальной частью и предложен алгоритм нахождения ее решения.

Последняя часть результатов опирается на результаты первой и второй части, а также метода продолжения по параметру и свойств малого параметра теории усреднения интегро-дифференциальных уравнений: 8) Разработаны алгоритмы нахождения начальных приближений для нелинейной специальной задачи Коши и построенной системы нелинейных алгебраических уравнений; 9) метод усреднения применен к исследованию существования решений начальных и краевых задач для нелинейного интегро-дифференциального уравнения Вольтерра.

**3. Степень обоснованности и достоверности каждого научного результата (научного положения), выводов и заключения соискателя, сформулированных в диссертации.**

В диссертационной работе применяются методы и результаты теории дифференциальных, интегро-дифференциальных и операторных уравнений. Основными методами исследования и решения задач, рассматриваемых в диссертации являются метод параметризации и новый подход к общему решению для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма. Результаты сформулированы в виде теорем и лемм и строго доказаны. Достоверность выводов и утверждений не вызывает сомнений.

**4. Степень новизны каждого научного результата (положения), вывода соискателя, сформулированных в диссертации.**

Все результаты, приведенные в диссертации, являются новыми. А именно:

- Для систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений с параметрами решена специальная задача Коши.

- Построено новое общее решение интегро-дифференциального уравнения Фредгольма с нелинейной дифференциальной частью.



- Метод параметризации распространен на нелинейные краевые задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма.

- Разработан и численно реализован алгоритм нахождения решения нелинейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения.

- Установлены условия существования решения краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения при условии разрешимости усредненной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений

## **5. Практическая и теоретическая значимость полученных результатов.**

Результаты диссертационной работы имеют как теоретическое, так и практическое значение. Полученные результаты могут найти применение в качественной теории интегро-дифференциальных уравнений, в теории нелинейных задач, а также при решении задач приложения. Результаты диссертации могут быть использованы в учебном процессе при чтении элективных курсов для магистрантов и докторантов на математических факультетах университетов.

Диссертационная работа содержит новые научные результаты, которые в совокупности являются существенным вкладом в теорию начальных и краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений.

Научная значимость работы заключается в создании единого метода исследования и решения задач для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений.

## **6. Замечания, предложения по диссертации.**

По диссертационной работе есть ряд замечаний:

1. В тексте диссертационной работы встречаются ошибки стилистического и технического характера.

2. Было бы желательно на примере показать преимущество построенного общего решения для интегро-дифференциальных уравнений по сравнению с классическим общим решением.

3. Проиллюстрировать на примере предлагаемую схему метода усреднения краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения.

Однако, эти замечания носят рекомендательный характер в виде пожелания при дальнейших исследованиях и не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы.

## **7. Соответствие содержания диссертации в рамках требования правил присуждения ученых степеней.**

В диссертации рассматривается единый объект - нелинейные краевые задачи для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма. Исследуются вопросы существования решений нелинейных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма и их свойства, а также методы их численного и приближенного решения. Полученные результаты характеризуются внутренним единством из-за постановки задачи, содержания и метода исследования. Результаты диссертации опубликованы в рейтинговых периодических изданиях, входящих в базы Web of Science, Scopus и перечень



рекомендуемых изданий КОКСОН, прошли апробацию в ряде международных конференций.

Диссертационная работа Мынбаевой С.Т. на тему "Качественные свойства и численное решение нелинейной краевой задачи для интегродифференциального уравнения Фредгольма", является научным трудом, имеющим теоретическое и прикладное значение, отвечает требованиям, предъявляемым к диссертациям, представленным на соискание степени доктора философии (PhD) по направлению подготовки кадров специальности "6D060100 – Математика".

Рецензент:

доктор физико-математических наук,  
профессор КазНУ имени аль-Фараби

 Дауылбаев М.К.

РАСТАВИЛИ  
эл-Фараби атындағы ҚазНУ Ғылыми кадрлар  
даярлау және аттестаттау басқармасының басқарушысы  
ЗАВЕРЯЮ  
Начальник управления подготовки и аттестации  
научных кадров КазНУ им. аль-Фараби  
Р.Е. Кудайбергенова   
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ ж.т.

