Актюбинский региональный университет имени К. Жубанова

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

для поступающих в PhD-докторантуру по ОП 8D05401 – «Математика»

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
2. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
3. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами.
4. Динамические системы и их исследование на фазовой плоскости.
5. Устойчивость решений линейных систем дифференциальных уравнений.
6. Теорема Коши-Ковалевской для линейных дифференциальных уравнений в частных производных.
7. Симметрические неотрицательные линейные операторы. Задачи на собственные значения для оператора второй производной.
8. Задачи Коши и Гурса для общего линейного гиперболического уравнения.
9. Уравнения смешанного типа. Задача Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе.
10. Обобщенное решение первой начально-краевой задачи для уравнения параболического типа.
11. Кривизна кривой на поверхности.
12. Нормальное сечение поверхности. Теорема Менье.
13. Способы вычисления главных направлений и главных кривизн в данной точке поверхности.
14. Геодезические линии. Теорема о существовании геодезических линии на регулярной поверхности.
15. Семейство линий., огибающая.
16. Система линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли о совместности системы линейных уравнений.
17. Теорема Лапласа о разложении определителя по нескольким строкам или столбцам.
18. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
19. Характеристические корни линейного преобразования и собственные значения.
20. Теорема Штурма о вычислении корней многочлена.
21. Приведение к каноническому виду λ (лямбда) - матрицы.
22. Необходимое и достаточное условие приводимости матрицы к диагональному виду.
23. Случайные величины, основные законы распределения.
24. Функция распределения вероятностей случайной величины.
25. Непрерывно дифференцируемые функции, основные теоремы о них. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

26. Предельные точки, верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши существования предела функции.
27. Свойства определенного интеграла. Оценки интегралов. Теоремы о среднем значении.
28. Несобственные интегралы, признаки их сходимости. Главное значение несобственного интеграла.
29. Функции ограниченной вариации, их критерий. Интеграл Стилтьеса, его свойства.
30. Производная функции по направлению. Градиент. Оператор Гамильтона, его свойства.
31. Достаточные условия локального экстремума функций многих переменных.
32. Аналитические функции. Условия Коши– Римана. Свойства аналитических функций.
33. Интеграл от функции комплексной переменной. Теорема Коши. Интегральная формула Коши.
34. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки абсолютной сходимости. Свойства сходящихся рядов.
35. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов.
36. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции
37. Вычет функции относительно особой точки и его вычисление.
38. Определение и примеры полных метрических пространств. Непрерывные отображения метрических пространств.
39. Определение и примеры нормированных пространств. Подпространства. Фактор– пространства.
40. Гильбертово пространство. Теорема об изоморфизме.
41. Линейные функционалы на нормированных пространствах. Сопряженное пространство. Примеры.
42. Линейные операторы, их непрерывность, компактность.
43. Обратный оператор, обратимость.
44. Измеримые функции, их свойства. Сходимость почти всюду. Сходимость по мере.
45. Определение интеграла Лебега на множестве конечной меры. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
46. Неявные функции. Существование, непрерывность, дифференцируемость неявных функций.
47. Норма оператора. Норма функционала.
48. Спектр оператора. Резольвента.
49. Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
50. Ряды Фурье. Достаточные условия представимости функции рядом Фурье.
51. Построение фундаментального решения однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-го порядка.

52. Методом Эйлера построить решение линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
53. Интегрирование линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами методом вариации произвольных постоянных.
54. Построить решение дифференциального уравнения методом неопределенных коэффициентов.
55. Построить решение неоднородной системы методом приведения системы n линейных уравнений к одному уравнению n-го порядка.
56. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
57. Матричный метод интегрирования линейных систем дифференциальных уравнений.
58. Непрерывная зависимость решения нормальной системы дифференциальных уравнений от начальных данных и параметров.
59. Методом фазовой плоскости построить фазовый портрет автономной системы второго порядка.
60. Исследование устойчивости методом функций Ляпунова.
61. Методом спуска решить задачу Коши для двумерного волнового уравнения.
62. Построить решение задач Коши и Гурса для уравнения гиперболического типа методом Римана.
63. Решить начально-граничную задачу для уравнения параболического типа методом разделения переменных.
64. Построить функцию Грина начально-краевой задачи для уравнения параболического типа.
65. Методом продолжения простроить решение краевой задачи для уравнения диффузии/теплопроводности на полуоси.
66. Применить метод Римана для нахождения решения задачи Коши телеграфного уравнения.
67. Построить решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона методом Грина.
68. Построить решение задачи Неймана для уравнения Пуассона методом Грина.
69. Методом теории потенциалов решить первую краевую задачу для уравнения Лапласа в полупространстве.
70. Методом интегралов энергии построить решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа.
71. Асимптотические линии поверхности. Свойства асимптотических линий.
72. Первая и вторая квадратичные формы поверхности вращения.
73. Поверхности постоянной кривизны.
74. Соприкосновение кривых.
75. Уравнение линии на плоскости. Параметрическое представление линии.
76. Уравнение линии в различных системах координат.
77. Два типа задач, связанных с аналитическим представлением линии.

78. Эволюта плоской кривой.
79. Приложения формулы Тейлора (Маклорена) с различными формами остаточных членов.
80. Метод неопределенных множителей Лагранжа исследования функций на условный экстремум.
81. Неравенства для сумм и интегралов (Юнга, Гельдера, Минковского).
82. Сведение кратного интеграла к интегралам по отдельным переменным.
83. Вычисление интегралов (собственных и несобственных), зависящих от параметра.
84. Применение криволинейных интегралов в векторном анализе. Основные дифференциальные операции векторного анализа в криволинейных координатах.
85. Теоремы о вычетах и их применение к вычислению контурных интегралов.
86. Аналитическое продолжение функции. Теорема единственности.
87. Принцип сжимающих отображений и его применения.
88. Компактность в метрических пространствах. Теорема Арцела.
89. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. Пополнение пространства.
90. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Теорема Хана– Банаха.
91. Разложение суммируемых с квадратом функций в ряд по ортогональным системам.
92. Преобразование Фурье, свойства и применения.
93. Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве и их свойства.
94. Восстановление функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции, их свойства.95.
96. Дифференциальные операторы. Интегральные операторы в пространствах функций.
97. Методом последовательного исключения неизвестных (или методом Гаусса) решить систему линейных уравнений.
98. С помощью алгоритма Евклида определение общих корней у двух многочленов.
99. Приводимость матриц к каноническому виду.
100. Приводимость матриц к жордановой нормальной форме.
101. Сведение задачи Коши для линейного дифференциального уравнения к интегральному уравнению Вольтерра и ее разрешимость.
102. Инвариантность линейного дифференциального уравнения относительно любого преобразования независимой переменной и относительно линейного преобразования искомой функции.
103. Эффективность применения метода последовательных приближений (метода Пикара) при исследовании проблемы существования и единственности начальной задачи для некоторых дифференциальных уравнений.
104. Структура фундаментальной системы решений однородной линейной системы с постоянными коэффициентами и влиянии на структуру элементарных делителей матрицы коэффициентов системы.

105. Анализ поведения динамических систем второго порядка на фазовой плоскости.
106. Связь между автономной системой и соответствующей ей системой в симметрической форме.
107. Критерий устойчивости по первому приближению.
108. Колебательный характер решений линейных однородных уравнений второго порядка.
109. Краевые задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка и их физическое содержание.
110. Задача Коши для линейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.
111. Корректность постановок задач математической физики. Примеры некорректных краевых задач.
112. Построение системы собственных функций, полнота ортогональных систем функций в различных функциональных пространствах.
113. Приводимость задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.
114. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи для уравнения параболического типа.
115. Построение собственных значений и собственных функции оператора Лапласа в круге.
116. Применить теорию потенциалов для сведения краевых задач к интегральным уравнениям: Задача Дирихле для уравнения Лапласа.
117. Применить теорию потенциалов для сведения краевых задач к интегральным уравнениям: Задача Неймана для уравнения Лапласа.
118. Методом Трикоми доказать единственность решения Т-задачи для уравнения Лаврентьева-Бицадзе.
119. Применение разностных методов для решения задач математической физики: Решение смешанной задачи для уравнения диффузии методом конечных разностей.
120. Применение разностных методов для решения задач математической физики: Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике методом конечных разностей.
121. Полугеодезические координатные системы.
122. Основные уравнения теории поверхностей.
123. Исследование формы поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям.
124. Средняя кривизна. Минимальные поверхности.
125. Полная кривизна. Поверхности постоянной отрицательной кривизны.
126. Теоремы о неявных функциях и их применение в теории дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка.
127. Связь между интегральными уравнениями Вольтерра и линейными дифференциальными уравнениями.
128. Применение принципа сжимающих отображений к системам линейных алгебраических уравнений.

129. Применение принципа сжимающих отображений в теории дифференциальных уравнений.
130. Применение метода отыскания неподвижной точки отображения метрического пространства в себя для построения решений нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений.
131. Применение принципа сжатых отображений к интегральным уравнениям.
132. Применение преобразования Фурье к решению дифференциальных уравнений.
133. Основные интегральные формулы анализа и их применения. Формулы Грина.
134. Обобщенные функции. Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами.
135. Приложения теории степенных рядов.
136. Градиентный метод поиска экстремумов сильно выпуклых функций.
137. Гармонические функции и их свойства. Применение гармонических функций в математической физике.
138. Применение рядов Фурье при решении краевых задач математической физики.
139. Решение вариационных задач с закрепленными концами.Частные случаи уравнения Эйлера.
140. Конформные отображения и примеры их применения.
141. Применения метода вычисления ранга матрицы при решении задач векторной алгебры.
142. Сравнительный анализ методов вычисления ранга матрицы.
143. Сравнительный анализ алгоритма Евклида и метода Горнера.
144. Применение основной теоремы алгебры комплексных чисел в математическом анализе и алгебре.
145. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратичной регрессии по несгруппированным данным.
146. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным.
147. Методика вычисления выборочного коэффициента корреляции.
148. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.
149. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена и проверка гипотезы о его значимости.
150. Интеграл от случайной функции и его характеристики.

Литература

1. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. -279 с.
2.Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1984. -272с.
3.Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. -250с.
4.Амелькин В.В. Автономные и линейные многомерные дифференциальные уравнения /В.В. Амелькин. - М.: УРСС, 2010. -144 с.
5.Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1992. -432 с.
6. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. -144 с.
7. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука,1998. -512с.
8. Треногин В.А., Недосекина И.С. Уравнения в частных производных. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. -228 с.
9. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1996. -336 с.
10.Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. М.: Наука, 1991. -448с.
11. Э.Г.Позняк, Е.В.Шикин. Дифференциальная геометрия. М.: Изд-во Моск.Ун-та, 1990. - 384с.
12. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1968. - 431 с.
13. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2000. - 479 с.
14. В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. Под ред. А. Н. Тихонова. Математический анализ. Начальный курс. М.: МГУ, 1985. – 662 с.
15. Натансон И.П., Теория функций вещественной переменной, М.: Наука, 1974. – 480 с.
16. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т3. 1966. – 662 с.
17. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – СПб.: Изд– во «Лань», 2009. – 432 с.
18. В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. Под ред. А. Н. Тихонова. Математический анализ. Продолжение курса. М.: МГУ, 1987. – 358 с.
19. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Издательство «Наука» 1976. 542 с.
20. Треногин В.А. Функциональный анализ: Учебник. 3– е изд., испр. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 488 с.
21. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1997. -472с.
22. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. -144 с.
24. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. М.: Наука, 1994. -206с.

25. Абдикаликова Г.А., Бержанов А.Б. Задачи по уравнениям математической физики: Учебное пособие. ISBN 9965-02-133-3, -Актобе: Литера-А, 2007. 143с.
26. Э.Г.Позняк, Е.В.Шикин. Дифференциальная геометрия. М.: Изд-во Моск.Ун-та, 1990. -384с.
27. В.А. Ильин, Э.Г.Позняк. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1981. -232с.
28. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Интегральные уравнения. М.: «Наука» 1968. – 192 с.
29. Краснов М.Л. Интегральные уравнения: введение в теорию. М.: «Наука» 1975. – 303 с.
30. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. – 424 с.
31. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Изд - во МГУ, 1999. – 799 с.
32. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – СПб.: Изд– во «Лань», 2009. – 432 с.