

МУСИНА АЛЛА АЛЕКСАНДРОВНА

**МАССА АЛМАСУ ҮРДІСТЕРІН ЕСЕПКЕ АЛА САНДЫҚ ЖӘНЕ
МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРІН ТАЛДАУ**

**8D05401 - Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD)
дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның**

АННОТАЦИЯСЫ

Диссертациялық жұмыстың жалпы сипаттамасы. Жұмыс масса алмасу процестерін ескере отырып, сүзу теориясының математикалық және сандық модельдерін құруға арналған. Зерттеу барысында сұйықтық пен топырақ бетінің өзара әрекеттесуіне, сондай-ақ адсорбцияның фазалардың таралуы мен қозғалу жылдамдығына әсеріне ерекше назар аударылады. Бұл аспект нақты кеуекті ортадағы көп фазалы сүзу процестерін модельдеу және болжау дәлдігінде маңызды рөл атқарады.

Зерттеудің өзектілігі. Қазіргі мұнай өнеркәсібінде мұнай кен орындарын жобалау мен игеруде математикалық модельдеу кеңінен қолданылады. Бұл мұнай өндіруді бақылау және болжау міндеттерін шешуге мүмкіндік береді және оны өндіруді оңтайландыруға және мұнайдың қалдық қорларын алуға ықпал етеді. Мұнайдың қалдық қорларын алу-бұл ұзақ мерзімді пайдалану жұмыстары жүргізілген кен орындарынан мұнай өндіру процесі және негізгі өндіріс аяқталуға жақын.

Сүзу есептерін шешудің аналитикалық әдістерінен басқа сандық әдістер де қолданылады. Соңғы жылдары бұл салада математикалық және сандық модельдерді құруда үлкен тәжірибе жинақталды.

Алайда, стационарлық емес көп фазалы сүзудің математикалық модельдерін жасаудағы айтарлықтай жетістіктерге қарамастан, бұл жетістіктер мұнайдың қалдық қорларын өндіруді болжау тиімділігінің түбегейлі өсуіне әкелген жоқ және толық емес. Маскет-Леверетт пен Бакли-Леверетт классикалық математикалық модельдері фазалық өткізгіштіктің қанықтылық пен қысымға бір мәнді тәуелділігін қарастырады. Бұл тек біртекті қабаттарда мүмкін. Іс жүзінде мұнай қабаты гетерогенді, сонымен қатар кеуекті. Классикалық модельдер-бұл тепе-теңдік жуықтау. Тепе-теңдік емес әсерлер модельде де ескерілуі керек.

Батыс Қазақстан мұнайының реологиялық қасиеттері бойынша тұтқырлығы жоғары.

Бүгінгі күні физикалық процестердің күрделілігіне (турбуленттілік, химиялық реакциялар, масса мен жылуды тасымалдау), есептеу ресурстарындағы шектеулерге, деректердің қолжетімділігіне және модельдерді жеңілдетуге байланысты барлық тепе-теңдік емес әсерлерді есепке алудың жеткіліксіздігі мәселесі сақталуда.

Жоғарыда аталған факторлардың барлығы диссертациялық жұмыстың өзектілігін көрсетеді, онда масса алмасу процестерін ескере отырып, көп фазалы сүзу моделі зерттеледі. Модель Маскет-Леверетт моделінің жалпылауы.

Осы диссертацияда жүргізілген зерттеу осы саладағы бар жетістіктерге негізделген. Ол бұрын зерттелген әсерлерді ғана емес, сонымен қатар талдауға жаңа аспектіні - адсорбцияны ескере отырып, топырақтың әсерін қоса отырып, алдыңғы зерттеулерді толықтырады. Осылайша, қарастыру аясы кеңейіп, жүйедегі күрделі өзара әрекеттесулерді түсіну және есепке алу тереңдей түседі.

Диссертациялық жұмыс Баренблатт Г. И., Коновалова А. Н., Монахова В. Н., Мұхамбетжанова С. Т. идеяларына негізделген. Жұмыста қабаттың ұңғыма аймағындағы жылу және физика-химиялық әсерлерді ескере отырып, мұнайды суменесыстырудың математикалық модельдеріне айырмашылық сызбаларын талдау жүргізілді. Бұл зерттеу әдістерінің болашағы бар және оларды байланысты процестерге қатысты ұқсас мәселелерге қолдануға болады.

Жұмыстың мақсаты. Масса алмасу процестерін ескере отырып, көп фазалы сұйықтықтың қозғалысын сипаттайтын сүзу теориясының математикалық және сандық модельдерін жасау және еркін шекаралары бар есептің жуықталған шешімдерін құру.

Зерттеу міндеттері:

а) адсорбцияны ескере отырып, тепе-теңдік емес изотермиялық сүзу моделін зерттеу;

б) релаксация параметрінің кіші мәндеріндегі модельдің әрекетін зерттеу;

в) вариациялық принцип негізінде тепе-теңдік емес изотермиялық сүзу мәселесінің шамамен шешімін құру;

г) конвективті жылу тасымалдаумен изотермиялық емес сүзу кезінде фазалық ауысулар мәселесін шешудің сапалық қасиеттерін зерттеу;

д) капиллярлық күштерді ескере отырып, изотермиялық емес сүзу мәселесіне сандық зерттеу жүргізу;

е) жылу өткізгіштік пен диффузиядағы жылжымалы шекаралары бар Стефанның бір өлшемді мәселесіне сандық зерттеу жүргізу.

Зерттеу нысаны.

Сүзу теориясымен байланысты есептер көп фазалы орталарды сүзу есептерінде жылжымалы шекаралары бар есептерді шешу үшін заманауи функционалды әдістерді қолданумен сипатталады. Зерттеудің негізгі әдістері-Математикалық физиканың классикалық әдістері, айырмашылық әдістері, автомобиль әдісі, вариация әдісі және оңтайландыру әдісі. Сонымен қатар сандық талдау әдістері де қолданылады.

Зерттеу пәні. Изотермиялық және изотермиялық емес тепе-теңдікті сүзу міндеттері.

Ғылыми жаңалық:

а) полимер ерітінділерімен тепе-теңдіксіз сүзілудің математикалық моделі негізделген. Диффузия теңдеуімен және кинетикалық қатынастармен толықтырылған Маскет-Леверетт теңдеулер жүйесі белсенді қоспаны қосу кезінде қабаттардағы процестерді сипаттауға мүмкіндік беретіні анықталды; шешімнің бар болуы мен бірегейлігінің жеткілікті шарттары белгіленді,

шешімдердің тұрақтылығы дәлелденді. Тапсырма үш автономды ішкі тапсырмаға бөлінетіні негізделген;

б) тепе-тең емес изотермиялық сүзу мәселесін шешу Стефан типіндегі есепті жалпылама шешуге ұмтылатын жағдайлар белгіленеді;

в) вариациялық принцип негізінде шешудің жуықталған әдісімен масса алмасуды ескере отырып, изотермиялық емес сүзу мәселесінің шешімі ұсынылған;

г) конвективті жылу тасымалдаумен изотермиялық емес сүзу кезінде фазалық ауысулар мәселесін шешудің жеткілікті шарттары мен бірегейлігі көрсетілген;

д) фазалық ауысу шекарасының қозғалысының асимптотикалық бағалары алынды;

д) автомобильдік айнымалылар көмегімен капиллярлық күштерді ескере отырып, изотермиялық емес сүзу міндеті қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесіне келтірілген және есептеу алгоритмі ұсынылған;

е) фазалар санына немесе олардың уақыт бойынша өзгеруіне қарамастан фазалық шекаралардың орнын жоғары дәлдікпен бақылауға мүмкіндік беретін ақырлы элементтер әдісіне негізделген жылжымалы шекаралары бар есепті сандық шешу алгоритмі ұсынылған.

Қорғауға шығарылатын негізгі ережелер:

- тепе-теңдік емес изотермиялық және изотермиялық емес сүзудің математикалық моделі;
- Стефан типіндегі есептің жалпыланған шешіміне конвергенция;
- изотермиялық емес сүзу мәселесін шамамен шешу;
- конвективті жылу тасымалдаумен изотермиялық емес сүзу кезінде фазалық ауысулар мәселесін шешудің жеткілікті шарттары мен бірегейлігі;
- фазалық ауысу шекарасының қозғалысын асимптотикалық бағалау;
- капиллярлық күштерді ескере отырып, сандық зерттеулер;
- жылжымалы шекаралары бар сандық шешім алгоритмі;
- автомобильдік айнымалылардағы сандық зерттеу.

Сенімділік және негізділік зерттеуге математикалық модельдер мен сандық әдістерді қолдана отырып, физикалық процестер туралы іргелі білімді біріктіру арқылы, сондай-ақ физикалық процестердің, математикалық модельдердің және сандық әдістердің әртүрлі аспектілерін есепке алуды қамтитын кешенді тәсіл арқылы қол жеткізіледі.

Зерттеу мұнай өндіру және топырақ арқылы сүзу жүйесінде болатын физикалық процестерді талдауға негізделген. Бұл жылу алмасу, масса алмасу, жердегі адсорбция, парафиннің пайда болуы және басқалар сияқты құбылыстарды қарастыруды қамтиды.

Физикалық процестерді сипаттау үшін физика, гидромеханика және сүзу теориясының заңдары негізінде тұжырымдалған математикалық модельдер қолданылады. Математикалық модельдерді талдау және шешу үшін вариациялық әдістер, онтайландыру әдістері, сондай-ақ ақырлы элементтер

әдісі қолданылады. Бұл әдістер физикалық процестерді жуықтайтын теңдеулердің сандық шешімдерін алуға мүмкіндік береді.

Сенімділік пен негізділік Scopus және Web of Science деректер қорынан индекстелген халықаралық журналдардағы жарияланымдармен, сондай-ақ ғылыми қызметтің негізгі нәтижелерін жариялау үшін Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігі Білім және ғылым саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған журналдардағы қызметтің негізгі нәтижелерінің жарияланымдарымен расталды.

Сонымен қатар, сенімділік зерттеу нәтижелерін тәжірибеде сынау арқылы расталады. Диссертацияның нәтижелері математика кафедрасының семинарларында, конференцияларда ұсынылған. Сенімділік берілген теоремалардың дәлелдемелерімен, түрлендірулердің дұрыстығымен негізделеді және есептеу тәжірибелерінің нәтижелерімен расталған.

Жұмыста басқа авторлардың бұрын алған нәтижелері және сілтемелері қолданылады. Сенімділік сонымен қатар ғылыми семинарларда диссертациялық зерттеу нәтижелерін талқылауға байланысты.

Зерттеудің теориялық және практикалық маңыздылығы.

Зерттеудің теориялық және практикалық маңыздылығы:

- әзірленген жаңа математикалық модель мұнайдың қалдық қорларын өндіру процестерін дәлірек сипаттауға мүмкіндік береді;
- тепе-теңдік емес сүзу және фазалық ауысу есептері үшін жеткілікті өмір сүру жағдайлары мен шешімдердің бірегейлігін зерттеу сүзу теориясы шеңберінде одан әрі зерттеулер мен қосымшалар үшін негіз жасайды;
- тепе-теңдік емес изотермиялық сүзу есептері мен Стефан типіндегі жалпыланған шешімдер арасында байланыс орнату көп фазалы жүйелердің динамикасын және олардың әртүрлі жағдайларда қалай әрекет ететінін түсінуді тереңдетуге мүмкіндік береді;
- фазалық ауысу шекарасының қозғалысы үшін алынған асимптотикалық бағалаулар технологиялық процестерді оңтайландыру және кен орындарын игеру тиімділігін жақсарту үшін пайдаланылуы мүмкін.

Ұсынылған шешім алгоритмі Қазақстан Республикасының батыс өңірінің кен орындарында мұнай өндіруді болжау міндетін шешуде қолданылды. Нәтижелер "ИСАР-2" бағдарламаларының блогында базалық элементтер болды - бұл "ИСАР-2 Мұнай-газ кен орындарын игеру жөніндегі Цифрлық технология", оны енгізу актісі 2023 жылы "Норс Каспиан Ойл" ЖШС-де "мұнай-газ кен орындарын игеруді талдаудың ақпараттық жүйесі" ресімделді.

Автордың жеке үлесі - зерттеу барысында алынған барлық нәтижелерді автор өз бетінше алады. Ғылыми кеңесшілердің үлесі міндеттер қоюдан және алынған нәтижелерді талқылаудан тұрады.

Жұмысты апробациялау. Алынған нәтижелер әртүрлі деңгейдегі конференцияларда ұсынылды. Төменде диссертациялық зерттеудің нәтижелері баяндалған тізім берілген:

1) «Дифференциалдық теңдеулер, талдау және алгебра мәселелері» ІХ Халықаралық ғылыми конференциясы, Ақтөбе қ., 24-28. 05. 2022 ж., баяндама: «Кеуек кеңістігіндегі сұйықтықтардың бірлескен қозғалысы туралы»;

2) «Functional Analysis in interdisciplinary applications» Халықаралық математикалық конференциясы, 02.07.2023 ж., Анталья, Түркия, Mathematical modeling of Fluid Filtration Processes with Consideration of Mass Transfer Processes баяндамасы;

3) Proceedings of the International University scientific Forum Practice Oriented Science: UAE-RUSSIA-INDIA, 25.08.2023 ж., баяндама: Estimation of fluid volume displacement in the reservoir using mathematical model;

4) «Қазіргі әлемдегі инновациялық ғылыми зерттеулер: теория, әдістеме, практика» XII Халықаралық ғылыми-практикалық конференциясы, Уфа қ. 15.08.2023 ж. баяндама: Мұнай-газ кен орындары үшін цифрлық технологияны әзірлеу туралы;

5) Қазақстан Республикасының Ғылым күніне арналған дәстүрлі халықаралық сәуір математикалық конференциясы. Алматы қ., 16-19. 04. 2024 ж., баяндама: Тепе-теңдік емес сүзудің математикалық моделін зерттеу;

6) қолданбалы математика және ақпараттық технологиялар актуалдық мәселелері-Al-Khwarizmi 2024, есеп: free Boundaries көмегімен баяндама: Fluid Filtration Processes Numerical Modeling of Fluid Filtration Processes.

Диссертацияның негізгі нәтижелері Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университетінің «Математика» кафедрасының «Дифференциалдық теңдеулер, қолданбалы математика және информатика мәселелері» (ғылыми жетекшісі – ф.-м. ғ. д., профессор Ж. А. Сартабанов, семинар хатшысы – ф.-м. ғ. к., доцент Г. А. Әбдіқалықова) 12.01.2024 ж., 21.02.2024 ж., 27.02.2024 ж., 10.10.2024 ж., 7.11.2024 ж., 18.02.2025 ж. ғылыми семинарында ұсынылды.

Жарияланымдар.

Диссертация тақырыбы бойынша 10 жұмыс жарияланды, оның ішінде citescore (СайтСкор) бойынша 2,8 және 2023 жылға арналған қолданбалы математика бойынша 34 процентиль (Q3) көрсеткіші бар халықаралық рецензияланатын ғылыми журналда 1 мақала (article), WoS дерекқорына кіретін 1 басылым (Q4), ғылыми басылымдардағы 2 басылым ҚР БҒМ Ғылым және жоғары білім саласындағы сапасы (1 және 2 тізім), ғылыми қызметтің негізгі нәтижелерін жариялау үшін қамтамасыз ету комитеті ұсынған тізбеге кіретін Халықаралық ғылыми конференциялар материалдарындағы 6 жарияланым.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, екі тараудан тұрады, бірінші тарау 5 бөлімнен және 5 ішкі бөлімнен тұрады, екінші тарау 2 бөлімнен және 3 ішкі бөлімнен, қорытынды мен пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады.

Иллюстрациялар, кестелер және әдеби көздер саны. Жұмыста 8 иллюстрация, 4 Кесте және 94 дереккөз қолданылған.

Диссертацияның қысқаша мазмұны.

Бұл жұмыс изотермиялық және изотермиялық емес фильтрациядағы фазалық ауысулардың математикалық моделін зерттеудің негізгі теориялық аспектілерін, сондай-ақ масса алмасу процестерін ескере отырып, сүзу теориясының есептерін шешуде қолданылатын жуықтау әдістерін зерттеді.

Кіріспеде диссертациялық зерттеу тақырыбы бойынша әдебиеттерге шолу жасалады, жұмыстың мазмұны, мақсаты, объектісі, тақырыбы мен міндеттері қысқаша баяндалады, қорғауға ұсынылған нәтижелер тұжырымдалады.

Жұмыстың бірінші тарауда бес бөлім бар. Бірінші бөлімде тепе-теңдік емес әсерлерді ескере отырып, кеуек кеңістігіндегі сұйықтықтардың бірлескен қозғалысы мәселесінің жағдайы қасиетті болады. Тепе-теңдік емес әсерлерді ескере отырып, кеуек кеңістігіндегі сұйықтықтардың бірлескен қозғалысы процестерін түсінуге негіз болатын және кеуекті ортада тасымалдауды талдау модельдері мен әдістерін дамытуда маңызды рөл атқаратын ұғымдар мен формулалар берілген.

Екінші бөлімде изотермиялық сүзудің математикалық моделі қарастырылады. Мұнайды полимерлі ерітінділермен есітудің процесін сипаттайтын тепе-теңдік емес сүзудің математикалық моделі зерттелді. Кинетикалық теңдеумен және диффузия теңдеуімен толықтырылған Маскет-Левретт теңдеулер жүйесі белсенді қоспаны қосу кезінде мұнай қабаттарындағы процестерді сипаттауға мүмкіндік беретіні анықталды; шешімнің бар болуы мен бірегейлігінің жеткілікті шарттары белгіленді, шешімдердің тұрақтылығы дәлелденді. Тапсырма үш автономды ішкі тапсырмаға бөлінетіні негізделген. Негізгі нәтижелер теоремалар түрінде тұжырымдалған.

Үшінші бөлімде бастапқы жүйенің релаксация параметрінің шамалы мәндеріндегі әрекеті зерттеледі τ , және шекті ауысудағы шешім әрекеті $\tau \rightarrow 0$. Зерттеу барысында шешім Стефанның мәселесін жалпылама шешуге ұмтылады деген қорытындыға келді. Изотермиялық фильтрацияда қозғалмалы шекаралар жоқ, бірақ аз релаксацияда изотермиялық жүйе изотермиялық емес жүйе сияқты әрекет ете бастайды. $T \rightarrow 0$ кезінде изотермиялық жүйе өзгерістерге тез жауап береді және фазалар арасындағы ауысулар бірден пайда болады. Бұл Стефан тапсырмасының негізгі болжамы. Тепе-тең емес изотермиялық сүзу мәселесін шешу Стефан типіндегі есепті жалпылама шешуге ұмтылатын жағдайлар белгіленген. Нәтижесінде теоремалар тұжырымдалады.

Төртінші бөлімде изотермиялық емес сүзу кезінде фазалық ауысулар мәселесін шешудің шамамен әдістері қарастырылған. Іс жүзінде мұнай қабаты тепе-теңдік емес әсерлері бар күрделі модель болып табылады. Сондықтан изотермиялық емес сүзуге көшу жүзеге асырылды және изотермиялық емес сүзу моделі құрылды. Вариациялық принципке негізделген шешудің жуықталған әдісімен масса алмасуды ескере отырып, изотермиялық емес сүзу мәселесінің шешімі ұсынылған. Функционалдар құрылды және азайтылды (ағымдағы және алдыңғы қанықтылық мәндері арасындағы қате өлшемі). Функционалдылық сүзу процесінің физикалық аспектілерін сипаттайтын етіп таңдалды. Негізгі нәтижелер теоремалар түрінде тұжырымдалған.

Бесінші бөлімде изотермиялық емес сүзу кезінде фазалық ауысулар мәселесін шешудің сапалық қасиеттері зерттеледі. Бөлімде Стефанның конвективті жылу беру мәселесінің шешімділігі зерттелген. Үш фаза, Су, Мұнай және өтпелі кезең және фазалық ауысу динамикасы қарастырылады. Сұйықтық пен қатты фаза арасындағы бос шекараның орны, сондай-ақ әр фаза

ішіндегі температураның таралуы АВТО-модельдік функциялармен сипатталған, шешімнің бар екендігі және бірегейлігі дәлелденген. Бөлім конвекцияны ескере отырып, мәселені шешудің асимптотикалық мінез-құлқын зерттейді. Фазалық ауысу шекарасының қозғалысының асимптотикалық бағалары алынды.

Конвекция фазалық ауысуды жылдамдатуы немесе баяулатуы мүмкін, фазалық интерфейстің қозғалу жылдамдығын өзгерте отырып, осы математикалық модельді құру мұнай өндіру үшін өзекті мәселе болып табылады. Қабаттардағы температураның өзгеруі, мысалы, мұнай өндіруді күшейту кезінде, кристалдану сияқты мұнайдың фазалық өзгеруіне әкелуі мүмкін. Бұл процестер кен орындарының өнімділігіне айтарлықтай әсер етуі мүмкін. Мұндай процестерді модельдеу өндіру әдістерін оңтайландыру үшін маңызды. Стефанның конвективті жылу беру мәселесі үшін жалпыланған өтпелі фазалық шешімдер табылды. Жоғарыда келтірілген тұжырымда болмыс пен бірегейлік теоремалары алынды, сонымен қатар шешімдердің сапалық қасиеттері зерттелді.

Екінші тараудың бірінші бөлімінде автоматты айнымалылардағы тапсырма сандық түрде зерттелген. Сандық есептеулер көрсеткендей, су қанықтылығы мен беттік белсенді заттардың концентрациясы кеңістіктік айнымалының жоғарылауымен төмендейді, бұл тиімді сүзу процесін көрсетеді. Қолданылған сандық әдістер жоғары дәлдікті көрсетеді, бұл тордағы түйіндер санының артуымен нәтижелердің тұрақтылығымен расталады. Бұл таңдалған сандық тәсілдің дұрыстығын көрсетеді.

Изотермиялық емес тепе-теңдік сүзу кезінде кеуекті ортадағы су қанықтылығы мен концентрациясының өзгеруіне зерттеу жүргізілді. Сүзу процесі дамыған сайын судың қанықтылығы төмендейді, бұл капиллярлық қысымның төмендеуін көрсетеді.

Жылу және масса алмасу процестерін ескере отырып, кеуекті ортада капиллярлық сіңдіру мәселесінің сандық шешімі ұсынылған. Айырмашылық схемасын құруға және оны изотермиялық емес сүзу жағдайында жүзеге асыруға баса назар аударылады. Қолданылатын модель диффузия, сүзу және жылу беру терминдерін қамтитын дифференциалдық теңдеулер жүйесімен сипатталады. Сандық алгоритмнің негізгі кезеңдері кеңістік пен уақыт бойынша біркелкі тормен есептелген аймақты іріктеуді, туындыларды жуықтау үшін ақырлы айырмашылықтар әдісін қолдануды, аймақтың шеттеріндегі қанықтылықты анықтайтын шекаралық жағдайларды есепке алуды, тұрақтылық критерийлерін ескере отырып, қанықтылықтың таралуын есептеудің итерациялық процесін қамтыды. Сандық эксперименттер әдістің тұрақтылығы мен конвергенциясын растайды. Жүйенің әрекеті кеуекті ортадағы концентрацияның күтілетін төмендеуін көрсетеді және сүзу тапсырмаларында капиллярлық қысым мен жылу өткізгіштікті есепке алудың маңыздылығын растайды. Тепе-теңдік емес сүзу мәселесін шешу үшін автоматты айнымалыларда есептеу алгоритмі жасалды. Негізгі нәтижелер теорема түрінде тұжырымдалған.

Екінші бөлімде ақырлы элементтер әдісіне негізделген жылжымалы шекаралары бар есепті сандық шешу алгоритмі сипатталған. Алгоритм фазалық

шекаралардың орналасуын жоғары дәлдікпен бақылауға мүмкіндік берді. Бұған санау әдістері мен фронттарды нақты бөлу әдістерін біріктіру арқылы қол жеткізілді, жылжымалы шекаралары бар есептерді шешуде дәл нәтижелер береді. Сандық алгоритм әмбебап болып табылады және фазалар санына немесе олардың уақыт бойынша өзгеруіне қарамастан жылу өткізгіштік және диффузиялық есептерге қолданылуы мүмкін. Уақыт бойынша туындыларды жуықтау үшін жасырын айырмашылық схемаларын қолдану алгоритмнің тұрақтылығын арттырады және әр уақыт қадамындағы фазалық шекаралардың орналасуындағы өзгерістерді есепке алу дәлдігін жақсартады. Фазалық шекаралардың орналасуын реттеу үшін итерациялық әдістерді қолдану фазалардың өзгеруін дәл бақылауға және жаңа фазалардың пайда болу мүмкіндігін ескеруге мүмкіндік берді. Тор мен шекараның орналасуын түзету әр уақыт қадамында динамикалық түрде жүзеге асырылды. Сандық шешімнің итерациялық процесі конвергенцияны қамтамасыз етеді, шешімнің дұрыстығы әр қадамда тексеріледі.