

РЕЦЕНЗИЯ

на диссертационную работу Толеуова Тимура Жаксылыковича на тему «Приближенные решения задачи Римана для двухфазного течения несмешивающихся жидкостей на основе модели Бакли-Леверетта» (Бакли–Леверетт моделі негізінде екіфазалық араласпайтын флюидтер ағысы үшін Риман есебінің жуық шешімдері), представленную на соискание степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05401 – Математика»

Диссертационная работа Толеуова Тимура Жаксылыковича посвящена исследованию приближенных решений задачи Римана для модели Бакли–Леверетта, описывающей течение двухфазных несмешивающихся флюидов в пористой среде. Рассматриваемая тематика относится к числу актуальных направлений современной прикладной математики и непосредственно связана с задачами моделирования фильтрационных процессов, имеющих важное значение в нефтегазовой инженерии, гидрогеологии и смежных областях.

Актуальность исследования обоснована тем, что процессы двухфазной фильтрации сопровождаются формированием разрывных решений, ударных и разреженных волн, а также сложной динамикой фронтов насыщенности. В этих условиях принципиальное значение приобретает корректный выбор физически допустимого решения, что естественным образом приводит к использованию аппарата энтропийных решений и постановке задачи Римана. В диссертации четко сформулированы цель и задачи исследования. Целью работы является теоретическое и прикладное исследование приближенных решений задачи Римана для модели Бакли – Леверетта, получаемых методом исчезающей вязкости. Для ее достижения автором последовательно рассмотрены математические модели двухфазной фильтрации, проведен анализ задачи Римана с кусочно-постоянными начальными данными, систематизированы подходы к построению слабых и энтропийных решений, исследована сходимість вязкостных приближений, изучена структура решений типа *traveling wave*, а также рассмотрены вопросы численного моделирования и обратной задачи.

Содержательной частью работы является исследование энтропийных решений для уравнения Бакли – Леверетта. В диссертации показано существование, единственность и L^1 -устойчивость таких решений. Установлено, что приближенные решения, получаемые методом исчезающей вязкости сходятся к энтропийному решению и тем самым сохраняют физическую осмысленность. Данные результаты имеют принципиальное значение как с теоретической точки зрения, так и для практического моделирования фильтрационных процессов.

Особое внимание уделено анализу структуры решений задачи Римана. Автором исследована структура ударного слоя, описываемого в виде бегущей волны (*traveling wave*), что позволяет связать аналитические результаты с физической интерпретацией процессов вытеснения.

К числу значимых результатов относится также рассмотрение расширенной математической модели, учитывающей зависимость вязкости от давления. Данный аспект усиливает прикладную направленность работы и делает модель более адекватной реальным физическим процессам, протекающим в пористых средах.

В диссертации представлены результаты численного моделирования, разработаны алгоритмы решения рассматриваемых задач и создан авторский программный инструмент на языке Python. Численные эксперименты подтверждают теоретические положения и демонстрируют поведение решений при различных параметрах модели, что свидетельствует о завершенности исследования.

Работа выполнена с использованием современного математического аппарата, включающего методы теории гиперболических дифференциальных уравнений, теорию слабых и энтропийных решений, метод исчезающей вязкости, а также численные методы. Изложение материала отличается последовательностью и внутренней логикой, а структура диссертации соответствует поставленным целям и задачам.

Научная новизна работы заключается в систематическом исследовании приближенных решений задачи Римана для модели Бакли–Левретта, доказательстве сходимости вязкостных приближений к энтропийному решению, установлении структуры ударного слоя типа *traveling wave*, обосновании единственности и устойчивости решений в пространстве L^1 , а также в разработке и анализе расширенной модели и соответствующих численных алгоритмов. Результаты диссертационной работы прошли апробацию в международных рецензируемых научных изданиях и были представлены на научных конференциях, что подтверждает их научную значимость и востребованность.

В целом диссертационная работа Толеуова Тимура Жаксылыковича является завершенным научным исследованием, выполненным на высоком теоретическом уровне и имеющим практическую направленность. Полученные результаты обладают научной новизной, обоснованностью и прикладной значимостью.

Считаю, что диссертационная работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05401 – Математика», а ее автор заслуживает присуждения указанной степени.

Зарубежный научный консультант:

доктор физико-математических наук, профессор,
Каракалпакский государственный университет,
Нукус, Республика Узбекистан:



Д. Утебаев