

Экзаменационные вопросы для поступающих в PhD докторантуру по образовательной программе 8D05401 – Математика

Уровень 1

1. Делимость целых чисел и основные свойства делимости.
2. Простые и составные числа.
3. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
4. Алгоритм Евклида и его применение.
5. Матрицы и действия над матрицами.
6. Определители и их свойства.
7. Комплексные числа и действия над ними.
8. Линии кривизны на поверхности.
9. Вторая квадратичная форма поверхности вращения.
10. Предел цепи. Свойства коллекционных цепей. Верхний и нижний пределы цепи.
11. Простая функция. Предел функции. Бесконечно малые (большие) функции и их сравнение.
12. Непрерывность функции в точке. Определения. Точки разрыва. Касательные непрерывных функций.
13. Свойства непрерывных функций на отрезке. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
14. Производная и дифференциал функции в точке, их значения. Инвариантное свойство дифференциала.
15. Производные и дифференциалы высшего порядка. Формула Лейбница.
16. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
17. Признаки монотонности функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
18. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба.
19. Формула Тейлора (Маклорена) и ее применение. Основные классификации.
20. Асимптоты графика функции. Полное исследование функции.
21. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.
22. Различные записи комплексных чисел. Последовательности комплексных чисел. Комплексная плоскость. Сфера Римана.
23. Функция комплексной переменной. Однозначные, многозначные функции. Основные элементарные функции.
24. Производная функции комплексной переменной, ее геометрическое значение. Конформные отображения, примеры.
25. Случайное событие и его основные виды.
26. Классическое определение вероятности события.
27. Дискретные и непрерывные случайные величины.
28. Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
29. Генеральная совокупность и выборка.
30. Понятие статистической оценки параметра.
31. Устойчивость решений линейных систем дифференциальных уравнений в смысле Ляпунова.

32. Теорема Коши-Ковалевской для дифференциальных уравнений в частных производных.
33. Теорема существования и единственности голоморфного решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
34. Квазилинейное уравнение в частных производных первого порядка: начальная задача, общее решение и ее геометрическая интерпретация.
35. Задача Гурса для неоднородного линейного гиперболического уравнения.
36. Исследовать начально-краевую задачу для уравнения параболического типа методом разделения переменных (методом Фурье).
37. Исследовать решение краевой задачи для уравнения диффузии/теплопроводности на полуоси методом продолжения.
38. Построить решение задачи Дирихле в круге для уравнения Пуассона.

Уровень 2

1. Системы линейных алгебраических уравнений и методы их решения.
2. Векторные пространства и их базисы.
3. Линейные преобразования и их матричное представление.
4. Группы и основные свойства групп.
5. Подгруппы и циклические группы.
6. Кольца и поля как алгебраические структуры.
7. Сравнения и арифметика по модулю.
8. Порядок соприкосновения плоских кривых.
9. Внутренняя геометрия поверхности, изометричные поверхности.
10. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных функций.
11. Определение, значения, свойства определенного интеграла. Необходимые и достаточные условия интегрирования.
12. Методы аппроксимации определенного интеграла. Интегральная оценка.
13. Интегралы без собственностей, признаки их сходимости. Главное значение интеграла без собственностей.
14. Геометрическое и физическое применение определенного интеграла.
15. Дифференцируемость многомерных функций и ее свойства. Производные и дифференциалы комплексных функций с несколькими переменными.
16. Экстремумы многомерных функций, необходимые и достаточные условия. Условный экстремум, метод Лагранжа.
17. Кратные интегралы, определения, значения, приведение к повторным интегралам.
18. Производная функции по направлению, градиенту, их значениям, свойствам.
19. Геометрическое и физическое применение кратных интегралов.
20. Зависимые от параметра интегралы и их вычисление.
21. Неравенства для сумм и интегралов (Юнга, Гельдера, Минковского).
22. Комплекс айнмалылы функция интегралы. Коши теоремасы.
23. Кошидың интегралдық формуласы және оның салдарлары.
24. Аналитикалық функцияларды дәрежелік қатарларға жіктеу. Модуль максимумы принципі.

25. Формула полной вероятности и условия ее применения.
26. Формула Байеса и ее практическое значение.
27. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
28. Выборочное среднее и выборочная дисперсия.
29. Доверительные интервалы и принципы их построения.
30. Нулевая и альтернативная статистические гипотезы.
31. Построение фундаментального решения дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -го порядка.
32. Построить решение линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
33. Интегрирование системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами методом вариации произвольных постоянных.
34. Исследовать решение дифференциального уравнения методом неопределенных коэффициентов.
35. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
36. Исследование устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений методом функций Ляпунова.
37. Исследовать краевую задачу для двумерного волнового уравнения методом градиентного спуска.
38. Исследовать задачу Гурса для уравнения гиперболического типа методом Римана.
39. Функция Грина начально-краевой задачи для уравнения параболического типа и ее основные свойства.
40. Исследовать задачу Неймана для уравнения Пуассона методом Грина.
41. Исследовать смешанную задачи для уравнения гиперболического типа методом интегралов энергии.

Уровень 3

1. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
2. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебраических структур.
3. Фактор-группы и фактор-кольца.
4. Конечные группы и их применение в математике.
5. Диофантовы уравнения и методы их решения.
6. Элементы современной теории чисел и их приложения.
7. Полугеодезические координатные системы. Поверхности постоянной отрицательной кривизны.
8. Основные уравнения теории поверхностей, теорема Бонне.
9. Полная кривизна. Классификация точек регулярной поверхности.
10. Методы исследования сходимости положительных рядов и их применение.
11. Основные свойства и применение абсолютно и условно сходящихся рядов.
12. Применение арифметических операций к множеству рядов.
13. Бесконечные произведения и их сходимость.
14. Функциональные последовательности и ряды, их сходимость, равномерная сходимость. Критерий Коши.

15. Интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей (рядов).
16. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора (Маклорена), его применение.
17. Ортонормированная система функций. Ряд Фурье, условия его сходимости, применение.
18. Криволинейные интегралы, их свойства, вычисление и применение.
19. Поверхностные интегралы, их свойства, вычисление и применение.
20. Скалярные и векторные поля. Дифференциальные операторы векторного анализа.
21. Преобразование Фурье и его свойства, применения.
22. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки функции.
23. Вычет функции в изолированной особой точке. Основная теорема о вычетах.
24. Применение теории вычетов для вычисления определённых интегралов.
25. Закон больших чисел и его значение в теории вероятностей.
26. Центральная предельная теорема и её применение в статистических исследованиях.
27. Нормальное распределение и его основные характеристики.
28. Проверка статистических гипотез и основные этапы её проведения.
29. Корреляционный анализ и интерпретация коэффициента корреляции.
30. Регрессионный анализ и его применение для исследования зависимостей между переменными.
31. Сведение задачи Коши для линейного дифференциального уравнения к интегральному уравнению Вольтерра и её разрешимость.
32. Эффективность применения метода последовательных приближений (метода Пикара) при исследовании проблемы существования и единственности задачи для некоторых дифференциальных уравнений.
33. Анализ поведения динамических систем на фазовой плоскости.
34. Связь между автономной системой и соответствующей ей системой обыкновенных дифференциальных уравнений в симметрической форме.
35. Критерий устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений по первому приближению Ляпунова.
36. Колебательный характер решений линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.
37. Краевые задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка и их физическая интерпретация.
38. Задача Коши для дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.
39. Корректность постановок задач математической физики по Адамару. Примеры некорректных краевых задач.
40. Исследование решений первой краевой задачи для уравнения параболического типа на единственность и устойчивость.
41. Применение теории потенциалов для сведения краевых задач к интегральным уравнениям: задача Дирихле для уравнения Лапласа.

42. Применение теории потенциалов для сведения краевых задач к интегральным уравнениям: задача Неймана для уравнения Лапласа.