

**8D05401-Математика білім беру бағдарламасы бойынша PhD докторантураға түсушілерге арналған емтихан сұрақтары**

**1-ші деңгей**

1. Бүтін сандардың бөлінгіштігі және бөлінгіштіктің негізгі қасиеттері.
2. Жай және құрама сандар.
3. Ең үлкен ортақ бөлгіш және ең кіші ортақ еселік.
4. Евклид алгоритмі және оның қолданылуы.
5. Матрицалар және матрицаларға қолданылатын амалдар.
6. Анықтауыштар және олардың қасиеттері.
7. Комплексті сандар және оларға қолданылатын амалдар.
8. Беттегі қисықтық сызықтар.
9. Айналу бетінің екінші квадраттық пішіні.
10. Тізбектің шегі. Жинақты тізбектер қасиеттері. Тізбектің жоғарғы және төменгі шектері.
11. Қарапайым функциялар. Функцияның шегі. Ақырсыз аз (үлкен) функциялар, оларды салыстыру.
12. Функцияның нүктедегі үзіліссіздігі. Анықтамалар. Үзіліс нүктелері. Үзіліссіз функциялар қасиеттері.
13. Кесіндіде үзіліссіз функциялар қасиеттері. Бірқалыпты үзіліссіздік. Кантор теоремасы.
14. Функцияның нүктедегі туындысы және дифференциалы, олардың мағыналары. Дифференциалдың инварианттық қасиеті.
15. Жоғары ретті туындылар мен дифференциалдар. Лейбниц формуласы.
16. Дифференциалданатын функциялар туралы негізгі теоремалар.
17. Функцияның монотондылық белгілері. Экстремумның қажетті және жеткілікті шарттары.
18. Функция графигінің дөңестік және ойыстық белгілері, иілу нүктелері.
19. Тейлор (Маклорен) формуласы және оның қолданылулары. Негізгі жіктеулер.
20. Функция графигінің асимптоталары. Функцияны толық зерттеу.
21. Параметрлік түрде берілген және айқындалмаған түрде берілген функцияларды дифференциалдау.
22. Комплекс сандардың әр түрлі жазылулары. Комплекс сандардың тізбектері. Комплекс жазықтық. Риман сферасы.
23. Комплекс айнымалылы функция. Біржапырақты, бірімәнді, көпмәнді функциялар. Негізгі қарапайым функциялар.
24. Комплекс айнымалылы функция туындысы, оның геометриялық мағынасы. Конформды бейнелеулер, мысалдар.
25. Кездейсоқ оқиға және оның негізгі түрлері.
26. Оқиға ықтималдығының классикалық анықтамасы.
27. Дискретті және үздіксіз кездейсоқ шамалар.
28. Кездейсоқ шаманың математикалық күтімі және оның қасиеттері.
29. Бас жиынтық және таңдама.
30. Параметрдің статистикалық бағасы ұғымы.

31. Біртекті емес сызықтық гиперболалық теңдеу үшін Гурса есебі.
32. Параболалық теңдеу үшін қойылған бастапқы-шеттік есебін айнымалыларды ажырату әдісімен (Фурье әдісі) зерттеу.
33. Жалғастыру әдісін қолданып, жарты осьте диффузия/жылуөткізгіштік теңдеуі үшін шеттік есептің шешімін зерттеу.
34. Телеграф теңдеуі үшін Коши есебінің шешімін Риман әдісімен табу.
35. Дирихле есебінің шешімін Пуассон теңдеуі үшін шеңберде тұрғызу.
36. Сызықтық дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімдерінің Ляпунов мағынасында орнықтылығы.
37. Дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін Коши–Ковалевская теоремасы.
38. Дифференциалдық теңдеулер теориясында сығу (қысу) бейнелеу принципін қолдану.
39. Математикалық физика есептерін шешуде айырымдық әдістерді қолдану: Пуассон теңдеуі үшін Дирихле есебін тіктөртбұрышта ақырлы айырым әдісімен шешу.
40. Жай (қарапайым) дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін Коши есебінің голоморфты шешімінің бар және жалғыз болуы туралы теорема.
41. Бірінші ретті квазисызықты дербес туындылы дифференциалдық теңдеу: бастапқы есебі, жалпы шешімі және оның геометриялық интерпретациясы.

## 2-ші деңгей

1. Сызықтық алгебралық теңдеулер жүйелері және оларды шешу әдістері.
2. Векторлық кеңістіктер және олардың базистері.
3. Сызықтық түрлендірулер және олардың матрицалық кескінделуі.
4. Топтар және топтардың негізгі қасиеттері.
5. Ішкі топтар және циклдік топтар.
6. Сақиналар мен өрістер алгебралық құрылымдар ретінде.
7. Салыстырулар және модуль бойынша арифметика.
8. Тізбектелген жазық қисықтардың жанасуы.
9. Ішкі беттік геометрия, изометриялық беттер.
10. Анықталмаған интеграл. Интегралдаудың негізгі әдістері. Рационал функцияларды интегралдау.
11. Анықталған интегралдың анықтамасы, мағыналары, қасиеттері. Интегралданудың қажетті және жеткілікті шарттары.
12. Анықталған интегралды жуықтап есептеу әдістері. Интегралды бағалау.
13. Меншіксіз интегралдар, олардың жинақтылық белгілері. Меншіксіз интегралдың басты мәні.
14. Анықталған интегралдың геометриялық және физикалық қолданылулары.
15. Көп айнымалылы функциялардың дифференциалдануы және оның шарттары. Көп айнымалылы күрделі функциялар туындылары мен дифференциалдары.
16. Көп айнымалы функция экстремумдары, қажетті және жеткілікті шарттары. Шартты экстремум, Лагранж әдісі.

17. Еселі интегралдар, анықтамалары, мағыналары, қайталанған интегралдарға келтіру.
18. Функцияның бағыт бойынша туындысы, градиенті, олардың мағыналары, қасиеттері.
19. Еселі интегралдардың геометриялық және физикалық қолданылулары.
20. Параметрден тәуелді интегралдар және оларды есептеу.
21. Комплекс айнымалылы функция интегралы. Коши теоремасы.
22. Кошидың интегралдық формуласы және оның салдарлары.
23. Аналитикалық функцияларды дәрежелік қатарларға жіктеу. Модуль максимумы принципі.
24. Толық ықтималдық формуласы және оны қолдану шарттары.
25. Байес формуласы және оның практикалық маңызы.
26. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясы және оның қасиеттері.
27. Таңдамалық орта және таңдама дисперсиясы.
28. Сенімді интервалдар және оларды құру принциптері.
29. Нөлдік және баламалы статистикалық гипотезалар.
30.  $n$ -ретті тұрақты коэффициентті дифференциалдық теңдеудің фундаменталды шешімін құру.
31. Тұрақтыны вариациялау әдісімен тұрақты коэффициентті дифференциалдық теңдеулер жүйесін интегралдау.
32. Анықталмаған коэффициенттер әдісімен дифференциалдық теңдеудің шешімін зерттеу.
33. Жай дифференциалдық теңдеулерді дәрежелік қатарлар теориясын қолданып интегралдау.
34. Ляпунов функциясының әдісімен жай дифференциалдық теңдеулердің шешімін орнықтылыққа зерттеу.
35. Екі өлшемді толқындық теңдеу үшін шеттік есепті градиенттік түсу әдісі арқылы зерттеу.
36. Риман әдісімен гиперболалық типті теңдеу үшін қойылған Гурса есебін зерттеу.
37. Параболалық типті теңдеу үшін бастапқы-шеттік есептің Грин функциясы және оның негізгі қасиеттері.
38. Пуассон теңдеуі үшін Нейман есебін Грин әдісі арқылы зерттеу.
39. Энергия интегралдарының әдісімен гиперболалық типті теңдеу үшін қойылған аралас есептің шешімін зерттеу.

### 3-ші деңгей

1. Арифметиканың негізгі теоремасы және оның қолданылуы
2. Сызықтық операторлардың меншікті мәндері мен меншікті векторлары
3. Алгебралық құрылымдардың гомоморфизмдері мен изоморфизмдері
4. Фактор-топтар және фактор-сақиналар
5. Ақырлы топтар және олардың математикадағы қолданылуы
6. Диофант теңдеулері және оларды шешу әдістері
7. Қазіргі сандар теориясының элементтері және олардың қолданылуы

8. Жартылай геодезиялық координаталық жүйелер. Тұрақты теріс қисықтық беттері
9. Беттік теорияның негізгі теңдеулері, Боннет теоремасы
10. Екінші ретті беттердің пішінін олардың канондық теңдеулері бойынша зерттеу
11. Орташа қисықтық. Минималды беттер
12. Толық қисықтық. Тұрақты бет нүктелерінің жіктелуі
13. Оң қатарларды жинақтылыққа зерттеу әдістері және олардың қолданылулары
14. Абсолютті және шартты жинақты қатарлардың негізгі қасиеттері, қолданылулары
15. Жинақты қатарларға арифметикалық амалдар қолдану
16. Ақырсыз көбейтінділер және олардың жинақтылығы
17. Функциялық тізбектер және қатарлар, олардың жинақтылығы, бірқалыпты жинақтылығы. Коши критерийі
18. Функциялық тізбектерді (қатарларды) мүшелеп интегралдау және дифференциалдау
19. Дәрежелік қатарлар. Функцияны дәрежелік қатарға жіктеу. Негізгі функциялардың Тейлор (Маклорен) қатарына жіктелулері, қолданылулары
20. Функциялардың ортонормаланған жүйесі. Фурье қатары, оның жинақтылық шарттары, қолданылуы
21. Қисықсыздықты интегралдар, олардың мағыналары, қасиеттері, есептелуі, қолданылулары
22. Беттік интегралдар, олардың мағыналары, қасиеттері, есептелуі, қолданылулары
23. Скалярлық және векторлық өрістер. Векторлық анализдің дифференциалдық операторлары
24. Фурье түрлендіруі және оның қасиеттері, қолданылулары
25. Аналитикалық функцияны Лоран қатарына жіктеу. Функцияның оқшауланған ерекше нүктелері
26. Функцияның оқшауланған ерекше нүктедегі қалыңдысы. Қалыңдылар туралы негізгі теорема
27. Қалыңдылар теориясын анықталған интегралдар есептеу үшін қолдану
28. Үлкен сандар заңы және оның ықтималдық теориясындағы маңызы
29. Орталық шектік теорема және оның статистикалық зерттеулердегі қолданылуы
30. Қалыпты үлестірім және оның негізгі сипаттамалары
31. Статистикалық гипотезаларды тексеру және оның негізгі кезеңдері
32. Корреляциялық талдау және корреляция коэффициентін интерпретациялау
33. Регрессиялық талдау және оның айнымалылар арасындағы тәуелділікті зерттеудегі қолданылуы
34. Кейбір дифференциалдық теңдеулер үшін есептің шешімінің бар және жалғыз болуы проблемасын зерттеуде біртіндеп жуықтау әдісін (Пикар әдісін) қолданудың тиімділігі
35. Фазалық жазықтықтағы динамикалық жүйелердің әрекетін талдау
36. Автономды жүйе мен сәйкес симметриялы формадағы жай дифференциалдық жүйенің арасындағы байланыс

- 37.Ляпуновтың бірінші жуықтауы бойынша жай дифференциалдық теңдеудің шешімінің орнықтылық критерийі
- 38.Екінші ретті сызықтық жай дифференциалдық теңдеулердің шешімдерінің тербелмелі сипаты
- 39.Екінші ретті жай дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есептер және олардың физикалық мағынасы
- 40.Математикалық физика есептерінің қойылуының Адамар бойынша қисындылығы (корректілігі). Қисынды емес шеттік есептерге мысалдар
- 41.Меншікті функциялар жүйесін құру, әртүрлі функционалды кеңістіктердегі ортогональды функциялар жүйелерінің толықтығы
- 42.Параболалық типті теңдеу үшін қойылған бірінші шеттік есептің шешімінің жалғыздығы және орнықтылығы
- 43.Дөңгелекте Лаплас операторының меншікті мәндері мен меншікті функцияларын құру
- 44.Шеттік есептерді интегралдық теңдеулерге келтіру үшін потенциалдар теориясының қолданысы: Лаплас теңдеуі үшін қойылған Дирихле есебі
- 45.Шеттік есептерді интегралдық теңдеулерге келтіру үшін потенциалдар теориясының қолданысы: Лаплас теңдеуі үшін қойылған Нейман есебі