

Экзаменационные вопросы для поступающих в PhD докторантуру по образовательной программе 8D05401 «Математика»

I БЛОК

1. Делимость целых чисел и основные свойства делимости.
2. Простые и составные числа.
3. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
4. Алгоритм Евклида и его применение.
5. Матрицы и действия над матрицами.
6. Определители и их свойства.
7. Комплексные числа и действия над ними.
8. Линии кривизны на поверхности.
9. Нормальное сечение поверхности. Теорема Менье.
10. Вторая квадратичная форма поверхности вращения.
11. Геодезические линии. Теорема о существовании геодезических линии на регулярной поверхности.
12. Семейство линий., огибающая.
13. Предел цепи. Свойства коллекционных цепей. Верхний и нижний пределы цепи.
14. Простая функция. Предел функции. Бесконечные маленькие (большие) функции, чтобы сравнить их.
15. Непрерывность функции в точке. Определения. Точки останова. Касательные непрерывных функций.
16. Свойства непрерывных функций на отрезке. Равномерная непрерывность. Теорема Каптора.
17. Производная и дифференциал функции в точке, их значения. Инвариантное свойство дифференциала.
18. Производные и дифференциалы высшего порядка. Формула Лейбница.
19. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
20. Признаки монотонности функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
21. Выпуклые и вогнутые признаки графика функции, точки перегиба.
22. Формула Тейлора (Маклорена) и ее применение. Основные классификации.
23. Асимптоты графика Функции. Полное исследование функции.
24. Дифференцирование функций, заданных параметрически и заданных неопределенно.
25. Различные записи комплексных чисел. Последовательности комплексных чисел. Комплексная плоскость. Сфера Римана.
26. Функция с комплексной переменной. Однотипные, однотипные, многозначные функции. Основные простые функции.
27. Производная функции с комплексной переменной, ее геометрическое значение. Конформные изображения, примеры.
28. Случайное событие и его основные виды.
29. Классическое определение вероятности события.
30. Дискретные и непрерывные случайные величины.
31. Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
32. Генеральная совокупность и выборка.
33. Понятие статистической оценки параметра.
34. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
35. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
36. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами.
37. Динамические системы и их исследование на фазовой плоскости.
38. Устойчивость решений линейных систем дифференциальных уравнений в смысле Ляпунова.

39. Теорема Коши-Ковалевской для дифференциальных уравнений в частных производных.
40. Применение принципа сжимающих отображений в теории дифференциальных уравнений.
41. Применение разностных методов для решения задач математической физики: Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике методом конечных разностей.
42. Теорема существования и единственности голоморфного решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
43. Квазилинейное уравнение в частных производных первого порядка: начальная задача, общее решение и ее геометрическая интерпретация.
44. Задача Гурса для неоднородного линейного гиперболического уравнения.
45. Уравнения смешанного типа. Задача Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе.
46. Обобщенное решение первой начально-краевой задачи для уравнения параболического типа.
47. Исследовать начально-краевую задачу для уравнения параболического типа методом разделения переменных (методом Фурье).
48. Исследовать решение краевой задачи для уравнения диффузии/теплопроводности на полуоси методом продолжения.
49. Применить метод Римана для нахождения решения задачи Коши телеграфного уравнения.
50. Построить решение задачи Дирихле в круге для уравнения Пуассона

II БЛОК

1. Системы линейных алгебраических уравнений и методы их решения.
2. Векторные пространства и их базисы.
3. Линейные преобразования и их матричное представление.
4. Группы и основные свойства групп.
5. Подгруппы и циклические группы.
6. Кольца и поля как алгебраические структуры.
7. Сравнения и арифметика по модулю.
8. Асимптотические линии поверхности. Свойства асимптотических линий.
9. Первая и вторая квадратичные формы поверхности вращения.
10. Поверхности постоянной кривизны.
11. Порядок соприкосновения плоских кривых.
12. Внутренняя геометрия поверхности, изометричные поверхности.
13. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных функций.
14. определение, значения, свойства определенного интеграла. Необходимые и достаточные условия интегрирования.
15. методы аппроксимации определенного интеграла. Интегральная оценка.
16. интегралы без собственности, признаки их сходимости. Главное значение интеграла без собственности.
17. Геометрическое и физическое применение определенного интеграла.
18. Дифференцируемость многомерных функций и ее шарты. Производные и дифференциалы комплексных функций с несколькими переменными.
19. Экстремумы многомерных функций, необходимые и достаточные условия. Условный экстремум, метод Лагранжа.
20. Кратные интегралы, определения, значения, приведение к обратимым интегралам.
21. Производная функции по направлению, градиенту, их значениям, свойствам.
22. Геометрическое и физическое применение кратных интегралов.
23. Зависимые от параметра интегралы и их вычисление.
24. Неравенства для сумм и интегралов (Юнг, гели, Минковский)
25. Комплекс айнмалылы функция интегралы. Коши теоремасы.
26. Кошидың интегралдық формуласы және оның салдарлары.
27. Аналитикалық функцияларды дәрежелік қатарларға жіктеу. Модуль максимумы принципі.
28. Формула полной вероятности и условия ее применения.

29. Формула Байеса и ее практическое значение.
30. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
31. Выборочное среднее и выборочная дисперсия.
32. Доверительные интервалы и принципы их построения.
33. Нулевая и альтернативная статистические гипотезы.
34. Построение фундаментального решения дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -го порядка.
35. Построить решение линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
36. Интегрирование системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами методом вариации произвольных постоянных.
37. Исследовать решение дифференциального уравнения методом неопределенных коэффициентов.
38. Построить решение неоднородной системы методом приведения системы n линейных уравнений к одному уравнению n -го порядка.
39. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
40. Матричный метод интегрирования линейных систем дифференциальных уравнений.
41. Непрерывная зависимость решения нормальной системы дифференциальных уравнений от начальных данных и параметров.
42. Методом фазовой плоскости построить фазовый портрет автономной системы второго порядка.
43. Исследование устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений методом функций Ляпунова.
44. Исследовать краевую задачу для двумерного волнового уравнения методом градиентного спуска.
45. Исследовать задачу Гурса для уравнения гиперболического типа методом Римана.
46. Функция Грина начально-краевой задачи для уравнения параболического типа и ее основные свойства.
47. Исследовать задачу Неймана для уравнения Пуассона методом Грина.
48. Методом теории потенциалов решить первую краевую задачу для уравнения Лапласа в полупространстве.
49. Исследовать смешанную задачи для уравнения гиперболического типа методом интегралов энергии.
50. Применение разностных методов для решения задач математической физики: Решение смешанной задачи для уравнения диффузии методом конечных разностей.

III БЛОК

1. Основная теорема арифметики и ее приложения.
2. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
3. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебраических структур.
4. Фактор-группы и фактор-кольца.
5. Конечные группы и их применение в математике.
6. Диофантовы уравнения и методы их решения.
7. Элементы современной теории чисел и их приложения.
8. Полугеодезические координатные системы. Поверхности постоянной отрицательной кривизны.
9. Основные уравнения теории поверхностей, теорема Бонне
10. Исследование формы поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям.
11. Средняя кривизна. Минимальные поверхности.
12. Полная кривизна. Классификация точек регулярной поверхности.
13. Методы исследования сходимости положительных рядов и их применение.

14. Основные свойства, применение абсолютных и условных собирательных рядов.
15. Применение арифметических операций к множеству рядов.
16. Конечные произведения и их сходимость.
17. Функциональные цепи и ряды, их комплектность, равномерность комплектности. Критерий Коши.
18. Интегрирование и дифференцирование функциональных цепей (рядов).
19. Ранговые ряды. Классификация функции по степеням. Классификация, применение основных функций к ряду Тейлора (Маклорена).
20. Ортонормированная система функций. Ряд Фурье, условия его сходимости, применение.
21. Криволинейные интегралы, их значения, свойства, исчисление, применение.
22. Поверхностные интегралы, их значения, свойства, расчет, применение.
23. Скалярные и векторные поля. Дифференциальные операторы векторного анализа.
24. Преобразование Фурье и его свойства, применения.
25. Классификация аналитической функции по ряду Лорана. Изолированные особые точки функции.
26. Калина функции в изолированной особой точке. Основная теорема о толстых.
27. Применение теории Толстых для вычисления определенных интегралов.
28. Закон больших чисел и его значение в теории вероятностей.
29. Центральная предельная теорема и ее применение в статистических исследованиях.
30. Нормальное распределение и его основные характеристики.
31. Проверка статистических гипотез и основные этапы ее проведения.
32. Корреляционный анализ и интерпретация коэффициента корреляции.
33. Регрессионный анализ и его применение для исследования зависимостей между переменными.
34. Приводимость задачи Коши для линейного дифференциального уравнения к интегральному уравнению Вольтерра и ее разрешимость.
35. Инвариантность линейного дифференциального уравнения относительно любого преобразования независимой переменной и относительно линейного преобразования искомой функции.
36. Эффективность применения метода последовательных приближений (метода Пикара) при исследовании проблемы существования и единственности задачи для некоторых дифференциальных уравнений.
37. Структура фундаментальной системы решений однородной линейной системы с постоянными коэффициентами и влияния на структуру элементарных делителей матрицы коэффициентов системы.
38. Анализ поведения динамических систем на фазовой плоскости.
39. Связь между автономной системой и соответствующей ей системой обыкновенных дифференциальных уравнений в симметрической форме.
40. Критерий устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений по первому приближению Ляпунова.
41. Колебательный характер решений линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.
42. Краевые задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка и их физическая интерпретация.
43. Задача Коши для дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.
44. Корректность постановок задач математической физики по Адамару. Примеры некорректных краевых задач.
45. Построение системы собственных функций, полнота ортогональных систем функций в различных функциональных пространствах.
46. Приводимость задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.
47. Исследовать решения первой краевой задачи для уравнения параболического типа на единственность и устойчивость.
48. Построение собственных значений и собственных функции оператора Лапласа в круге.

49. Применение теории потенциалов для сведения краевых задач к интегральным уравнениям: Задача Дирихле для уравнения Лапласа.
50. Применение теории потенциалов для сведения краевых задач к интегральным уравнениям: Задача Неймана для уравнения Лапласа

Литература

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Издательство «Лань», 2008.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1968.
3. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М.: Высшая школа, 1979.
4. Э.Г.Позняк, Е.В.Шикин. Дифференциальная геометрия. М.: Изд-во Моск.Ун-та, 1990. - 384с.
5. В.А. Ильин, Э.Г.Позняк. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1981. -232с.
6. Ильин, В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х.
7. Фихтенгольц Г.М. том 3.
8. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного –СПб: Изд-во «Лань» 2009, 432с.
9. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2006г., 573ст.
10. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М: Высшая школа, 1970. - 239 с
11. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.М.:Высшая школа, 2003-479 с.
12. Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей.М: Академия, 2003. - 448 с.
13. Калинина В.Н. Математическая статистика.М.: Высшая школа, 2001. - 336 с.
- 14.Волков И.К. Случайные процессы. М. : МГТУ, 2000. - 448 с.
15. Горст Ю.Г. Задачник - практикум по теории вероятностей.М.: Просвещение, 1969. - 45 с.
- 16.Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях /В.В. Амелькин. - М.: КД Либроком, 2012. - 208 с.
- 17.Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. - 2-е изд., испр. - М.: КомКнига, 2007. -280с.
- 18.Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. -176с.
19. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. -279 с.
- 20.Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения. - 7-е изд. - М.: ЛКИ, 2008.- 282 с.
21. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.- 235с.
22. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1984. -272с.
23. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 250с.
24. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1997. -472с.
25. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. -144 с.
26. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1996. -336 с.
27. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. М.: Наука, 1991. -448с.